



க ணி த ம்

தமிழ் வழி



பள்ளிக்கல்வித்துறை

கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்

மேல்நிலை - இரண்டாம் ஆண்டு

கணிதவியல்

சிறப்பு கையேடு [2025-26]

தலைமை

திரு. அ முனிராஜ் முதன்மை கல்வி அலுவலர், கிருஷ்ணகிரி.

ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

திரு. நா. ராஜன்
மாவட்ட கல்வி அலுவலர், கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்.

திருமதி. வி ரமாவதி
மாவட்ட கல்வி அலுவலர். ஓசூர்.

சொ.கி. கோபாலப்பா, மாவட்ட கல்வி அலுவலர்(தனியார் பள்ளிகள்),
கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்.

முனைவர். மு வெங்கடேசன்
மு.க.அ நேர்முக உதவியாளர் (மே.நி.க) கிருஷ்ணகிரி.

முனைவர் மோ மகேந்திரன்
உதவி திட்ட அலுவலர், கிருஷ்ணகிரி.

முனைவர்.பொ. ஜெ. முரளி
தலைமையாசிரியர், அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி- பாநூர்.

திரு. நா காளியப்பன்
மாவட்ட தொடர்பு அலுவலர் (NSS), கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்.

திரு.அ அப்துல் சத்தார்
மாவட்ட ஆட்சியரின் நேர்முக உதவியாளர் (கல்வி), கிருஷ்ணகிரி மாவட்டம்.

திரு. எல் ஜான் பாக்கியம்
ந.ந.நி.பள்ளி இராஜா தெரு, கிருஷ்ணகிரி.

பாட ஒருங்கிணைப்பாளர் மற்றும் வல்லுனர்கள் குழு

1.திரு M. செஞ்சி, (கணிதம்)

தலைமையாசிரியர் அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி கன்னட அள்ளி .

2.திரு S.வெங்கடேசன் மு.க.ஆ (கணிதம்)

பெரியார் ராமசாமி ஆ. மே. நி. பள்ளி நாகரசம்பட்டி .

3.திரு N.காளியப்பன், மு.க.ஆ (கணிதம்)

அ . மே. நி. பள்ளி ,மோரன அள்ளி.

4.திரு G.சேகர், மு.க.ஆ (கணிதம்)

அ.ஆ மே. நி. பள்ளி, தொகரப்பள்ளி .

5.திரு S.கதிரவன் மு.க.ஆ (கணிதம்)

அ . மே.நி . பள்ளி, ஐகுந்தம் .

6.திரு P.இரமேஷ், மு.க.ஆ (கணிதம்)

முத்தமிழ் அ. மே. நி. பள்ளி அரசம்பட்டி .

7.திருமதி P.சங்கீதா மு.க.ஆ (கணிதம்)

அ.ம . மே. நி. பள்ளி, காவேரிபட்டினம் .

8.திரு S. விஜயன் மு.க.ஆ (கணிதம்)

அ . மே. நி. பள்ளி ,பாநூர்

12-ஆம் வகுப்பு

ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள்

12-ஆம் வகுப்பு பாடப்புத்தகத்தில் உள்ள ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள், GeoGebra மென்பொருளின் உதவியோடு, ஒரு வினாவிற்கு சரியான விடையை தேர்வு செய்ய ,அதிகபட்சம் மூன்று வாய்ப்புகள் வழங்கி, மாணவர்களின் கற்றல் ,கற்பித்தல் திறன் அதிகரிக்கும் வகையில் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை தெரிவித்துக்கொள்கிறோம் .

குறிப்பு : Hi-Tech Lab-ல் QR Code -ஐ Scan செய்து அல்லது Link -ஐ click செய்து மாணவர்கள் பயிற்சி செய்யும் விதமாக மென்பொருள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது .



தமிழ் வழி

<https://www.geogebra.org/m/svp4anun>



ஆங்கில வழி

<https://www.geogebra.org/m/zzajah2u>

உருவாக்கம் :

முனைவர்.பொ.ஜெ.முரளி

தலைமை ஆசிரியர்

அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பாளூர்.

திரு. நா.காளியப்பன்

முதுகலை ஆசிரியர்

அரசு மே.நி.பள்ளி, மோரண அள்ளி

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $adjA = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $adjB = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, எனில், $adj(AB)$ ஆனது
 (a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ -ன் அணித்தரம்
 (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 3
3. $x^a y^b = e^m, x^c y^d = e^n, \Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ எனில், x மற்றும் y -ன் மதிப்புகள் றையே,
 (a) $e^{(\Delta_2/\Delta_1)}, e^{(\Delta_3/\Delta_1)}$ (b) $\log(\Delta_1/\Delta_3), \log(\Delta_2/\Delta_3)$ (c) $\log(\Delta_2/\Delta_1), \log(\Delta_3/\Delta_1)$ (d) $e^{(\Delta_1/\Delta_3)}, e^{(\Delta_2/\Delta_3)}$
4. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B=adjA$ மற்றும் $C=3A$, எனில், $\frac{|adjB|}{|C|} =$
 (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 1
5. $A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், $A =$
 (a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
6. $|adj(adjA)| = |A|^9$, எனில், சதுரஅணி A -ன் வரிசையானது
 (a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 5
7. A என்ற 3×3 பூஜ்ஜியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$, என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$
 (a) A (b) B (c) I (d) B^T
8. $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, எனில், $9I_2 - A =$
 (a) A^{-1} (b) $\frac{A^{-1}}{2}$ (c) $3A^{-1}$ (d) $2A^{-1}$
9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ எனில், $|adj(AB)| =$
 (a) -40 (b) -80 (c) -60 (d) -20
10. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ எனில், a_{23} -ன் மதிப்பானது
 (a) 0 (b) -2 (c) -3 (d) -1
11. A, B மற்றும் C என்பன நேர்மாறு காணத்தக்கவாறு ஏதேனும் மொரு வரிசையில் இருப்பின் பின்வருவனவற்றில் எது உண்மையல்ல?
 (a) $adjA=A|A|^{-1}$ (b) $adj(AB)=(adjA)(adjB)$ (c) $\det A^{-1}=(\det A)^{-1}$ (d) $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$
12. $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, எனில், B^{-1}
 (a) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
13. $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில், $A^2 =$
 (a) A^{-1} (b) $(A^T)^2$ (c) A^T (d) $(A^{-1})^2$
14. A பூஜ்ஜியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, எனில், $(A^T)^{-1} =$
 (a) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
15. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 5 \\ x & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix}$, மற்றும் $A^T = A^{-1}$ எனில், x -ன் மதிப்பு
 (a) $-\frac{4}{5}$ (b) $-\frac{3}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$
16. $P = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ என்பது 3×3 வரிசையுடைய அணி A -ன் சேர்ப்பு அணி & $|A|=4$, எனில், x ஆனது
 (a) 15 (b) 12 (c) 14 (d) 11
17. $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan \frac{\theta}{2} \\ -\tan \frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $AB = I_2$, எனில், $B =$
 (a) $(\cos^2 \frac{\theta}{2})A$ (b) $(\cos^2 \frac{\theta}{2})A^T$ (c) $(\cos^2 \theta)I$ (d) $(\sin^2 \frac{\theta}{2})A$
18. பின்வருபனவற்றுள் எவை / எவைகள் உண்மையானவை?
 (i) ஒரு சமச்சீர் அணியின் சேர்ப்பு அணி சமச்சீராக இருக்கும்.
 (ii) ஒரு மூலைவிட்ட அணியின் சேர்ப்பு அணி மூலைவிட்ட அணியாக இருக்கும்.
 (iii) A என்பது n வரிசையுடைய சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில் $adj(\lambda A) = \lambda^n adj(A)$

- (iv) $A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A|I$
 (a) (i) மட்டும் (b) (ii) மற்றும் (iii) (c) (iii) மற்றும் (iv) (d) (i), (ii) மற்றும் (iv)
19. $\rho(A) = \rho([A|B])$ எனில், $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது
 (a) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும் (b) ஒருங்கமைவுடையது
 (c) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் (d) ஒருங்கமைவற்றது
20. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj}A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$, எனில், $k =$
 (a) 0 (b) $\sin\theta$ (c) $\cos\theta$ (d) 1
21. $0 \leq \theta \leq \pi$ மற்றும் $x + (\sin\theta)y - (\cos\theta)z = 0$, $(\cos\theta)x - y + z = 0$, $(\sin\theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றிருப்பின், எனில், θ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$
22. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ -ன் மதிப்பு
 (a) 17 (b) 14 (c) 19 (d) 21
23. $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், $\text{adj}(\text{adj}A)$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$
24. ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியானது $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu + 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் தொகுப்பானது எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் எனில்
 (a) $\lambda = 7, \mu \neq -5$ (b) $\lambda = -7, \mu = 5$ (c) $\lambda \neq 7, \mu \neq -5$ (d) $\lambda = 7, \mu = -5$
25. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $4B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ என்க. A -ன் நேர்மாறு B , எனில், x -ன் மதிப்பு
 (a) 2 (b) 4 (c) 3 (d) 1

2. கலப்பு எண்கள்

1. $z = \frac{(\sqrt{3}+i)^3(3i+4)^2}{(8+6i)^2}$ எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
2. z எனும் பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பெண்ணிற்கு $2iZ^2 = \bar{z}$, எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) 3
3. $|z-2+i| \leq 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு
 (a) $\sqrt{3} - 2$ (b) $\sqrt{3} + 2$ (c) $\sqrt{5} - 2$ (d) $\sqrt{5} + 2$
4. $|z|=|I+2i|$, என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
 (a) $\frac{3}{2} - 2i$ (b) $-\frac{3}{2} + 2i$ (c) $2 - \frac{3}{2}i$ (d) $2 + \frac{3}{2}i$
5. $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) i
6. $\sum_{i=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$, -ன் மதிப்பு
 (a) $I+i$ (b) i (c) 1 (d) 0
7. z, iz மற்றும் $\tau+iz$ என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு
 (a) $\frac{1}{2}|z|^2$ (b) $|z|^2$ (c) $\frac{3}{2}|z|^2$ (d) $2|z|^2$
8. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$, எனில், அந்த கலப்பெண்
 (a) $\frac{1}{i+2}$ (b) $\frac{-1}{i+2}$ (c) $\frac{-1}{i-2}$ (d) $\frac{1}{i-2}$
9. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$, எனில், k -ன் மதிப்பு
 (a) 1 (b) -1 (c) $\sqrt{3}i$ (d) $-\sqrt{3}i$
10. $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு
 (a) -2 (b) -1 (c) 1 (d) 2
11. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$ எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத்தொகை
 (a) -2 (b) -1 (c) 1 (d) 2
12. $\frac{(1+\sqrt{3}i)^{10}}{(1-\sqrt{3}i)^{10}}$ -ன் மதிப்பு
 (a) $cis\frac{2\pi}{3}$ (b) $cis\frac{4\pi}{3}$ (c) $-cis\frac{2\pi}{3}$ (d) $-cis\frac{4\pi}{3}$

13. $\omega = cis \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
14. z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in C \setminus R$ ஆகவும் $z + \frac{1}{z} \in R$, எனவும் இருந்தால் $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
15. z_1, z_2 மற்றும் z_3 என்ற கலப்பெண்கள் $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ எனவும் $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$, ஆகவும் இருந்தால் $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ -ன் மதிப்பு
 (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0
16. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில் $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) 3
17. $\left|z - \frac{3}{z}\right| = 2$, எனில், $|z|$ -ன் மீச்சிறு மதிப்பு
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5
18. $|z|=1$, எனில், $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு
 (a) z (b) \bar{z} (c) $\frac{1}{z}$ (d) 1
19. $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z+2| = |z-2|$ எனில் x -ன் நியம்பாதை
 (a) மெய் அச்சு (b) கற்பனை அச்சு (c) நீள்வட்டம் (d) வட்டம்
20. $\frac{3}{-1+i}$ -என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (a) $-\frac{5\pi}{6}$ (b) $-\frac{2\pi}{3}$ (c) $-\frac{3\pi}{4}$ (d) $-\frac{\pi}{2}$
21. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^5$ -ன் முதன்மை வீச்சு
 (a) -110° (b) -70° (c) 70° (d) 110°
22. $(1+i)(1+2i)(1+3i) \dots (1+ni) = (x+iy)$, எனில் $2 \cdot 5 \cdot 10 \dots (1+n^2)$ -ன் மதிப்பு
 (a) 1 (b) i (c) $x^2 + y^2$ (d) $1 + n^2$
23. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $(1+\omega)^7 = A + B\omega$ எனில், (A, B) என்பது
 (a) (1,0) (b) (-1,1) (c) (0,1) (d) (1,1)
24. $\frac{(1+i\sqrt{3})^2}{4i(1-i\sqrt{3})}$ -என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
25. $|z_1|=1, |z_2|=2, |z_3|=3$, மற்றும் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 12$ எனில், $|z_1 + z_2 + z_3|$ -ன் மதிப்பு
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

3. சமன்பாட்டியல்

1. $x^3 + 2x + 3$ -எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு
 (a) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூஜ்ஜியமாக்கிகள் இருக்கும்
 (b) ஒரு மிகை மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூஜ்ஜியமாக்கிகள் இருக்கும்
 (c) மூன்று மெய்யெண் பூஜ்ஜியமாக்கிகள் (d) பூஜ்ஜியமாக்கிகள் இல்லை
2. $\sum_{r=0}^n n C_r (-1)^r x^r$ -எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூஜ்ஜியமாக்கி -களின் எண்ணிக்கை
 (a) 0 (b) n (c) $< n$ (d) r
3. f மற்றும் g என்பன முறையே m மற்றும் n படியுள்ள பல்லுறுப்புக் கோவைகள் மற்றும் $h(x) = (f \circ g)(x)$, எனில் h -ன் படியானது
 (a) mn (b) $m+n$ (c) m^n (d) n^m
4. x -ல் n படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடுகள் பெற்றுள்ள மூலங்கள்
 (a) n வெவ்வேறு மூலங்கள் (b) n மெய்யெண் மூலங்கள் (c) n கற்பனை மூலங்கள் (d) அதிகபட்சம் ஒரு மூலம்.
5. $x^3 + px^2 + qx + r$ -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூஜ்ஜியமாக்கிகள் எனில், $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு
 (a) $-\frac{q}{r}$ (b) $-\frac{p}{r}$ (c) $\frac{q}{r}$ (d) $-\frac{q}{p}$
6. $x^3 + 64$ -ன் ஒரு பூஜ்ஜியமாக்கி
 (a) 0 (b) 4 (c) $4i$ (d) -4
7. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூஜ்ஜியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (a) $|k| \leq 6$ (b) $k = 0$ (c) $|k| > 6$ (d) $|k| \geq 6$
8. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
 (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) ∞

9. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ -க்கு நிச்சையமாக ஒரு மிகையெண் பூஜ்ஜியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (a) $a \geq 0$ (b) $a > 0$ (c) $a < 0$ (d) $a \leq 0$
10. விகிதமுறு மூலத் தேற்றத்தின்படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண் $4x^7 + 2x^4 - 10x^3 - 5$ என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூஜ்ஜியமாகும்?
 (a) -1 (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) 5

4. நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

1. $\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} \alpha$ -க்கு ஒரு தீர்வு இருந்தால், பின்னர்
 (a) $|\alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $|\alpha| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) $|\alpha| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $|\alpha| > \frac{1}{\sqrt{2}}$
2. பின்வருவனவற்றில் எம்மதிப்புகளுக்கு $\sin^{-1}(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$ -க்கு மெய்யாகும்
 (a) $-\pi \leq x \leq 0$ (b) $0 \leq x \leq \pi$ (c) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ (d) $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$
3. $\sin^{-1}(\cos x)$ $0 \leq x \leq \pi$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\pi - x$ (b) $x - \frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{2} - x$ (d) $x - \pi$
4. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ எனில், $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ என்பதன் மதிப்பு
 (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) π
5. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \frac{3\pi}{2}$, எனில், $x^{2017} + y^{2018} + z^{2019} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
6. சில $x \in R$ -க்கு $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$ எனில், $\tan^{-1} x$ -ன் மதிப்பு
 (a) $-\frac{\pi}{10}$ (b) $\frac{\pi}{5}$ (c) $\frac{\pi}{10}$ (d) $-\frac{\pi}{5}$
7. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்பட்ட சார்பின் சார்பகம்
 (a) [1,2] (b) [-1,1] (c) [0,1] (d) [-1,0]
8. $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \cos^{-1} \frac{12}{13} + \sec^{-1} \frac{5}{3} - \operatorname{cosec}^{-1} \frac{13}{12}$ என்பதன் மதிப்பு
 (a) 2π (b) π (c) 0 (d) $\tan^{-1} \frac{12}{65}$
9. $|x| \leq 1$, எனில், $2\tan^{-1} x - \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ என்பதற்கு சமம்
 (a) $\tan^{-1} x$ (b) $\sin^{-1} x$ (c) 0 (d) π
10. $\tan^{-1} x - \cot^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு
 (a) தீர்வு இல்லை (b) ஒரேயொரு தீர்வு (c) இரு தீர்வுகள் (d) எண்ணற்றத் தீர்வுகள்
11. $\sin^{-1} x + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, எனில், x -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. $\sin^{-1} \frac{x}{5} + \operatorname{cosec}^{-1} \frac{5}{4} = \frac{\pi}{2}$, எனில், x -ன் மதிப்பு
 (a) 4 (b) 5 (c) 2 (d) 3
13. $|x| < 1$ எனில், $\sin(\tan^{-1} x)$, -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
14. $x = \frac{1}{5}$, எனில், $\cos(\cos^{-1} x + 2\sin^{-1} x)$ -ன் மதிப்பு
 (a) $-\sqrt{\frac{24}{25}}$ (b) $\sqrt{\frac{24}{25}}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $-\frac{1}{5}$
15. $\tan^{-1} \left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1} \left(\frac{2}{9}\right)$ என்பதின் சமம்
 (a) $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (b) $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (c) $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (d) $\tan^{-1} \left(\frac{1}{2}\right)$
16. சார்பு $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 3)$, எனில், x இருக்கும் இடைவெளி
 (a) [-1,1] (b) $[\sqrt{2}, 2]$ (c) $[-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$ (d) $[-2, -\sqrt{2}]$
17. $\cot^{-1} 2$ மற்றும் $\cot^{-1} 3$ ஆகியன முக்கோணத்தின் இருகோணங்கள் எனில், மூன்றாவது கோணமானது
 (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{3}$
18. $\sin^{-1} \left(\tan \frac{\pi}{4}\right) - \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{3}{x}}\right) = \frac{\pi}{6}$, -ல் x என்பதை மூலமாகக் கொண்ட சமன்பாடு
 (a) $x^2 - x - 6 = 0$ (b) $x^2 - x - 12 = 0$ (c) $x^2 + x - 12 = 0$ (d) $x^2 + x - 6 = 0$

19. $\sin^{-1}(2\cos^2 x - 1) + \cos^{-1}(1 - 2\sin^2 x) =$
 (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$
20. $\cot^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) + \tan^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) = u$, எனில், $\cos 2u$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\tan^2 \alpha$ (b) 0 (c) -1 (d) $\tan 2\alpha$

5. இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல்-II

1. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல முனைகளில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x-3)^2 + (y+2)^2 = r^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் r^2 -ன் மதிப்பு
 (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4
2. $x + y = k$ என்ற நேர்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ -ன் செங்கோட்டு சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு
 (a) 3 (b) -1 (c) 1 (d) 9
3. நீள்வட்டம் $E_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ செவ்வகம் R -க்குள் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் நீள்வட்டத்தின் அச்சுகளுக்கு இணையாக அமைந்துள்ளன அந்த செவ்வகத்தின் சுற்றுவட்டமாக அமைந்த மற்றொரு நீள்வட்டம் $E_2 (0,4)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு
 (a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$
4. $2x - y = 1$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடுகள் வரையப்பட்டால் தொடுபுள்ளிகளில் ஒன்று
 (a) $(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$ (b) $(\frac{-9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (c) $(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (d) $(3\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$
5. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் $(0,3)$ என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு
 (a) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$ (c) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$
6. C என்ற வட்டத்தின் மையம் $(1,1)$ மற்றும் ஆரம் 1 அலகு என்க. T என்ற வட்டத்தின் மையம் $(0,y)$ ஆகவும் ஆதிப்புள்ளி வழியாகவும் உள்ளது. மேலும் C என்ற வட்டத்தை வெளிப்புறமாகத் தொட்டுச் செல்கிறது எனில் வட்டம் T -ன் ஆரம்
 (a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$
7. மையம் ஆதிப்புள்ளியாகவும் நெட்டச்சு x -அச்சாகவும் உள்ள நீள்வட்டத்தை கருத்தில் கொள்க. அதன் மையத்தொலைத்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குவியங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 6 எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் உள்ளே நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சுகளை மூலைவிட்டங்களாகக் கொண்டு வரையப்படும் நான்கரத்தின் பரப்பு
 (a) 8 (b) 32 (c) 80 (d) 40
8. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
 (a) $2ab$ (b) ab (c) \sqrt{ab} (d) $\frac{a}{b}$
9. நீள்வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB , F மற்றும் F' குவியங்கள் மற்றும் BBF' ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு காண்க
 (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
10. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு
 (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
11. P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியம்பாறை
 (a) $2x + 1 = 0$ (b) $x = -1$ (c) $2x - 1 = 0$ (d) $x = 1$
12. $(-1,-2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகவும் $(3,0)$ என்ற புள்ளியில் x - அச்சை தொட்டுச்செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?
 (a) $(-5, 2)$ (b) $(2,-5)$ (c) $(5, -2)$ (d) $(-2,5)$
13. $(-2,0)$ -லிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்த புள்ளிக்கும் $X = \frac{-9}{2}$ -க்கும் இடையேயான தூரத்தைப்போல் $\frac{2}{3}$ மடங்கு உள்ளது எனில் அந்த புள்ளியின் நியம்பாறை
 (a) பரவளையம் (b) அதிபரவளையம் (c) நீள்வட்டம் (d) வட்டம்
14. $x^2 - (a+b)x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m -ன் மதிப்புகளாக இருக்கும்போது $y = mx + 2\sqrt{5}$ என்ற நேர்கோடு $16x^2 - 9y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தை தொட்டுச்செல்கிறது எனில் $(a+b)$ -ன் மதிப்பு
 (a) 2 (b) 4 (c) 0 (d) -2
15. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை $(11,2)$ எனில் அதன் மறுமுனை
 (a) $(-5, 2)$ (b) $(2,-5)$ (c) $(5, -2)$ (d) $(-2,5)$
16. $(1,5)$ மற்றும் $(4,1)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதும் y' -அச்சை தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு
 $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 + \lambda(4x + 3y - 19) = 0$ எனில், λ -ன் மதிப்பு
 (a) 0, $\frac{-40}{9}$ (b) 0 (c) $\frac{40}{9}$ (d) $\frac{-40}{9}$

17. செவ்வகல நீளம் 8 அலகுகள் மற்றும் துணையச்சின் நீளம் குவியங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தில் பாதி உள்ள அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைத்தகவு
 (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{3}{2}$
18. வட்டம் $x^2 + y^2 = 4x + 8y + 5$ நேர்கோடு $3x - 4y = m$ -ஐ இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது எனில்
 (a) $15 < m < 65$ (b) $35 < m < 85$ (c) $-85 < m < -35$ (d) $-35 < m < 15$
19. x - அச்சை $(1,0)$ என்ற புள்ளியில் தொட்டுச்செல்வதும், $(2,3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு.
 (a) $\frac{6}{5}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $\frac{10}{3}$ (d) $\frac{3}{5}$
20. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்
 (a) 1 (b) 3 (c) $\sqrt{10}$ (d) $\sqrt{11}$
21. $x^2 - 8x - 12 = 0$ மற்றும் $y^2 - 14y + 45 = 0$ என்ற கோடுகளால் அடைபடும் சதுரத்தின் உள்ளே வரையப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் ஆரம்
 (a) (4,7) (b) (7,4) (c) (9,4) (d) (4,9)
22. நேர்கோடு $2x + 4y = 3$ -க்கு இணையாக $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ என்ற வட்டத்தின் செங்கோட்டுச் சமன்பாடு
 (a) $x + 2y = 3$ (b) $x + 2y + 3 = 0$ (c) $2x + 4y + 3 = 0$ (d) $x - 2y + 3 = 0$
23. $P(x, y)$ என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3,0)$ மற்றும் $F_2(-3,0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF_1 + PF_2$ -ன் மதிப்பு
 (a) 8 (b) 6 (c) 10 (d) 12
24. $x + y = 6$ மற்றும் $x + 2y = 4$ என்ற நேர்கோடுகளை விட்டங்களாகக் கொண்டு $(6,2)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு
 (a) 10 (b) $2\sqrt{5}$ (c) 6 (d) 4
25. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதிபரவளையங்களின் குவியங்கள் ஒரு நாற்கரத்தின் முனைகள் எனில் அந்த நாற்கரத்தின் பரப்பு
 (a) $4(a^2 + b^2)$ (b) $2(a^2 + b^2)$ (c) $a^2 + b^2$ (d) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

6. வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$, $\vec{c} = \hat{i}$ மற்றும் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ எனில் $\lambda + \mu$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) 1 (c) 6 (d) 3
2. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 3$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று பூஜ்ஜியமற்ற வெக்டர்கள் எனில் $\{[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}]\}^2$ -ன் மதிப்பு
 (a) 81 (b) 9 (c) 27 (d) 18
3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{\sqrt{2}}$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில் \vec{a} மற்றும் \vec{b} இடைப்பட்ட கோணம்
 (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) π
4. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில் λ மற்றும் μ -ன் மதிப்புகள்
 (a) $\frac{1}{2}, -2$ (b) $\frac{-1}{2}, 2$ (c) $\frac{-1}{2}, -2$ (d) $\frac{1}{2}, 2$
5. ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1$, $\lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில் λ -ன் மதிப்பு
 (a) $2\sqrt{3}$ (b) $3\sqrt{2}$ (c) 0 (d) 1
6. $\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 8 கன அலகுகள் எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ மற்றும் $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
 (a) 8 cubic units (b) 512 cubic units (c) 64 cubic units (d) 24 cubic units
7. \vec{a} மற்றும் \vec{b} என்பன இணைவெக்டர்கள் எனில் $|\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}|$ -ன் மதிப்பு
 (a) 2 (b) -1 (c) 1 (d) 0
8. $\vec{\beta}$ மற்றும் $\vec{\gamma}$ ஆகியவை அமைக்கும் தளத்தில் $\vec{\alpha}$, அமைந்துள்ளது எனில்
 (a) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 1$ (b) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = -1$ (c) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 0$ (d) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 2$
9. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ எனில் $|\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}|$ -ன் மதிப்பு
 (a) $|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ (b) $\frac{1}{3}|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ (c) 1 (d) -1
10. \vec{b} -க்கு செங்குத்தாகவும், \vec{c} -க்கு இணையாகவும் உள்ள வெக்டர் \vec{a} என்றவாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ -க்கு சமமானது
 (a) \vec{a} (b) \vec{b} (c) \vec{c} (d) $\vec{0}$

11. $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 1$ எனில் $\frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}{(\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}} + \frac{\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})}{(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}} + \frac{\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})}{(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}}$ -ன் மதிப்பு
(a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) 3
12. $\hat{i} + \hat{j}, \hat{i} + 2\hat{j}, \hat{i} + \hat{j} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியிலிருந்து விலகியிருப்பதாகக் கொண்ட இணைகரத்தின்மதிப்பின் கன அளவு
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) π (d) $\frac{\pi}{4}$
13. \vec{a}, \vec{b} என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{\pi}{4}$ எனுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில் \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
14. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ என்பன $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$. எனுமாறுள்ள வெக்டர்கள் என்க. \vec{a}, \vec{b} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் மற்றும் \vec{c}, \vec{d} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் அமைக்கப்படும் தளங்கள் முறையே P_1 மற்றும் P_2 எனில் இத்தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
(a) 0° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
15. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில் \vec{a} மற்றும் \vec{c} என்பவை
(a) செங்குத்தானவை (b) இணையானவை (c) $\frac{\pi}{3}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை (d) $\frac{\pi}{6}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை
16. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ மற்றும் $\vec{c} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ எனில், \vec{a} க்கு செங்குத்தாகவும் \vec{b} மற்றும் \vec{c} என்ற வெக்டர்கள் உருவாக்கும் தளத்தில் அமைவதுமான வெக்டர்
(a) $-17\hat{i} + 21\hat{j} - 97\hat{k}$ (b) $17\hat{i} + 21\hat{j} - 123\hat{k}$ (c) $-17\hat{i} - 21\hat{j} + 97\hat{k}$ (d) $-17\hat{i} - 21\hat{j} - 97\hat{k}$
17. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}, z = 2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
18. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடு $x + 3y - \alpha z + \beta = 0$ என்ற தளத்தின் மீது இருந்தால், பின்னர் (α, β) என்பது
(a) (-5, 5) (b) (-6, 7) (c) (5, -5) (d) (6, -7)
19. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) + t(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j}) + 4 = 0$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்
(a) 0° (b) 30° (c) 45° (d) 90°
20. $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(-\hat{i} + 4\hat{k})$ என்ற கோடு $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 3$ என்ற தளத்தை சந்திக்கும் புள்ளியின் அச்சத்தூரங்கள்
(a) (2, 1, 0) (b) (7, -1, -7) (c) (1, 2, -6) (d) (5, -1, 1)
21. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
22. $x + 2y + 3z + 7 = 0$ மற்றும் $2x + 4y + 6z + 7 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு
(a) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ (b) $\frac{7}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (d) $\frac{7}{2\sqrt{2}}$
23. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$, எனில்
(a) $c = \pm 3$ (b) $c = \pm\sqrt{3}$ (c) $c > 0$ (d) $0 < c < 1$
24. $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}) + t(6\hat{i} - \hat{k})$ என்ற வெக்டர் சமன்பாடு குறிக்கும் நேர்க்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளிகள்
(a) (0, 6, -1) மற்றும் (1, -2, -1) (b) (0, 6, -1) மற்றும் (1, -4, -2) (c) (1, -2, -1) மற்றும் (1, 4, -2) (d) (1, -2, -1) மற்றும் (0, -6, 1)
25. ஆதியிலிருந்து (1, 1, 1) என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x + y + z + k = 0$, என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவில் பாதி எனில் k -ன் மதிப்புகள்
(a) ± 3 (b) ± 6 (c) -3, 9 (d) 3, -9

7. வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. $|3 - x| + 9$ என்ற சார்பின் குறைந்த மதிப்பு
(a) 0 (b) 3 (c) 6 (d) 9
2. $y = e^x \sin x, x \in [0, 2\pi]$ என்ற வளைவரை யின் மீப்பெரு சாய்வு எங்கு அமையும்?
(a) $x = \frac{\pi}{4}$ (b) $x = \frac{\pi}{2}$ (c) $x = \pi$ (d) $x = \frac{3\pi}{2}$
3. $x^2 e^{-2x}, x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும் மதிப்பு
(a) $\frac{1}{e}$ (b) $\frac{1}{2e}$ (c) $\frac{1}{e^2}$ (d) $\frac{4}{e^4}$
4. (6, 0) என்ற புள்ளிக்கும் $x^2 - y^2 = 4$ என்ற வளைவரை மீதுள்ள புள்ளிக்கும் உள்ள தொலைவு குறைந்தபட்சம் எனில் அப்புள்ளி
(a) (2, 0) (b) $(\sqrt{5}, 1)$ (c) (3, $\sqrt{5}$) (d) $(\sqrt{13}, -\sqrt{3})$

5. இரண்டு மிகை எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 200 மேலும் அவற்றின் பெருக்கல் பலனின் பெரும் மதிப்பு
(a) 100 (b) $25\sqrt{7}$ (c) 28 (d) $24\sqrt{14}$
6. $y = ax^4 + bx^2$, $ab > 0$ என்ற வளைவரை
(a) கிடைமட்டத் தொடுகோடு பெறவில்லை (b) மேற்புறமாக குழிவு
(c) கீழ்புறமாக குழிவு (d) வளைவு மாற்றப் புள்ளியை பெறவில்லை
7. $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப்புள்ளி
(a) (0,0) (b) (0,1) (c) (1,0) (d) (1,1)
8. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு வினாடிக்கு $3\pi \text{ cm}^3/\text{sec}$ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது. ஆரம் $\frac{1}{2} \text{ cm}$ ஆக இருக்கும்போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்
(a) 3 cm/s (b) 2 cm/s (c) 1 cm/s (d) $\frac{1}{2} \text{ cm/s}$
9. ஒரு பலூனானது செங்குத்தாக மேல் நோக்கி 10 மீ/வி வீதத்தில் செல்கிறது. பலூன் செலுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து 40 மீ தொலைவில் இருந்து ஒருவர் இதனைப் பார்க்கிறார். பலூனின் ஏற்றக்கோணத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டு வீதத்தை பலூன் தரையிலிருந்து 30 மீட்டர் உயரத்தில் இருக்கும்போது காண்க.
(a) $\frac{3}{25} \text{ radians/sec}$ (b) $\frac{4}{25} \text{ radians/sec}$ (c) $\frac{1}{5} \text{ radians/sec}$ (d) $\frac{1}{3} \text{ radians/sec}$
10. t என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $S(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்
(a) $t = 0$ (b) $t = \frac{1}{3}$ (c) $t = 1$ (d) $t = 3$
11. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t ஆனது
(a) 2 (b) 2.5 (c) 3 (d) 3.5
12. $6y = x^3 + 2$ என்ற வளைவரையின் எப்புள்ளியில் y -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதம் x -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதத்தைப்போல் 8 மடங்கு இருக்கும்.
(a) (4,11) (b) (4,-11) (c) (-4,11) (d) (-4,-11)
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ -ன் மதிப்பு
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) ∞
14. $y^2 - xy + 9 = 0$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு எப்போது நிலைகுத்தாக இருக்கும்?
(a) $y = 0$ (b) $y = \pm\sqrt{3}$ (c) $y = \frac{1}{2}$ (d) $y = \pm 3$
15. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைபட்ட கோணம்
(a) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ (b) $\tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right)$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{4}$
16. $\sin^4 x + \cos^4 x$ என்ற சார்பு இறங்கும் இடைவெளி
(a) $\left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4} \right]$ (b) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8} \right]$ (c) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$ (d) $\left[0, \frac{\pi}{4} \right]$
17. $x^3 - 3x^2$, $x \in [0, 3]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
(a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) 2
18. $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$ என்ற வளைவரையின் எந்த x -ஆயத்தொலைவில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் சாய்வு -0.25 இருக்கும்?
(a) -8 (b) -4 (c) -2 (d) 0
19. $f(x) = 2\cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \frac{\pi}{12}$ -ல் செங்கோட்டின் சாய்வு
(a) $-4\sqrt{3}$ (b) -4 (c) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (d) $4\sqrt{3}$
20. $\frac{1}{x}$, $x \in [1, 9]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
(a) 2 (b) 2.5 (c) 3 (d) 3.5

8. வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகை கெழுக்கள்

1. $g(x, y) = 3x^2 - 5y + 2y^2$, $x(t) = e^t$ மற்றும் $y(t) = \cos t$, எனில் $\frac{dg}{dt}$ -ன் மதிப்பு
(a) $6e^{2t} + 5\sin t - 4\cos t \sin t$ (b) $6e^{2t} - 5\sin t + 4\cos t \sin t$ (c) $3e^{2t} + 5\sin t + 4\cos t \sin t$ (d) $3e^{2t} - 5\sin t + 4\cos t \sin t$
2. $f(x) = \frac{x}{x+1}$, எனில் அதன் வகையீடு
(a) $\frac{-1}{(x+1)^2} dx$ (b) $\frac{1}{(x+1)^2} dx$ (c) $\frac{1}{x+1} dx$ (d) $\frac{-1}{x+1} dx$
3. $(x, y) = x^2 + 3xy + y - 2019$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(4,-5)}$ -ன் மதிப்பு
(a) -4 (b) -3 (c) -7 (d) 13
4. ஒரு வட்ட வடிவ வார்ப்பின் ஆரம் 10 செ.மீ. ஆரத்தின் அளவில் தோராயமாக 0.02 செ.மீ பிழை உள்ளது எனில் அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.
(a) 0.2% (b) 0.4% (c) 0.04% (d) 0.08%

5. 31-ன் 5ஆம் படி மூல சதவீதப் பிழை தோராயமாக, 31-ன் சதவீதப் பிழையைப்போல் எத்தனை மடங்காகும்?
(a) $\frac{1}{31}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) 5 (d) 31
6. $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு
(a) $e^{x^2+y^2}$ (b) $2xu$ (c) x^2u (d) y^2u
7. $(x, y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ -ன் மதிப்பு
(a) $e^x + e^y$ (b) $\frac{1}{e^x+e^y}$ (c) 2 (d) 1
8. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு x_0 -இலிருந்து $x_0 + dx$ ஆக மாறும்போது அதன் வளைபரப்பு $S = 6x^2$ இல் ஏற்படும் மாற்றம்
(a) $12x_0 + dx$ (b) $12x_0dx$ (c) $6x_0dx$ (d) $6x_0 + dx$
9. $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, எனில் $f_x - f_z$ -ன் மதிப்பு
(a) $z - x$ (b) $y - z$ (c) $x - z$ (d) $y - x$
10. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும் போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்
(a) $0.3xdxm^3$ (b) $0.03xm^3$ (c) $0.03x^2m^3$ (d) $0.03x^3m^3$
11. சார்பு $g(x) = \cos x$ -ன் நேறியல் தோராய மதிப்பு $x = \frac{\pi}{2}$ இல்
(a) $x + \frac{\pi}{2}$ (b) $-x + \frac{\pi}{2}$ (c) $x - \frac{\pi}{2}$ (d) $-x - \frac{\pi}{2}$
12. $w(x, y, z) = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ -ன் மதிப்பு
(a) $xy + yz + zx$ (b) $x(y + z)$ (c) $y(z + x)$ (d) 0
13. $w(x, y) = x^y, x > 0$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு
(a) $x^y \log x$ (b) $y \log x$ (c) yx^{y-1} (d) $x \log y$
14. $f(x, y) = e^{xy}$, எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ -ன் மதிப்பு
(a) xye^{xy} (b) $(1 + xy)e^{xy}$ (c) $(1 + y)e^{xy}$ (d) $(1 + x)e^{xy}$
15. ஒரு கனசதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செ மீ மற்றும் அதன் பிழை 0.1 செ மீ எனில் கனஅளவு கணக்கீட்டில் ஏற்படும் பிழை
(a) 0.4 cu. cm (b) 0.45 cu. cm (c) 2 cu. cm (d) 4.8 cu. cm

9. தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $\frac{2}{3}$
2. $\int_{-4}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) \right] dx$ -ன் மதிப்பு
(a) π (b) 2π (c) 3π (d) 4π
3. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} \right) dx$ -ன் மதிப்பு
(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 0
4. $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) π
5. ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ -க்கும் $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x} \cos^3 x [(2n+1)x] dx$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π (c) 0 (d) 2
6. $\int_{-1}^2 |x| dx$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$
7. $f(x) = \int_0^x t \cos t dt$, எனில் $\frac{df}{dx} =$
(a) $\cos x - x \sin x$ (b) $\sin x + x \cos x$ (c) $x \cos x$ (d) $x \sin x$
8. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடையே பரப்பானது
(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{8}{3}$ (d) $\frac{5}{3}$
9. $\int_0^1 x(1-x)^{99} dx$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{1}{11000}$ (b) $\frac{1}{10100}$ (c) $\frac{1}{10010}$ (d) $\frac{1}{10001}$
10. $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1+5 \cot x}$ -ன் மதிப்பு
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π (c) $\frac{3\pi}{2}$ (d) 2π

11. $\int_0^x f(t)dt = x + \int_x^1 tf(t)dt$, எனில் $f(1)$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 2 (c) 1 (d) $\frac{3}{4}$
12. $\frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n)} = 90$ எனில் n -ன் மதிப்பு
 (a) 10 (b) 5 (c) 8 (d) 9
13. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 3x dx$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{9}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) $\frac{1}{3}$
14. $\int_0^1 (\sin^{-1}x)^2 dx$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{\pi^2}{4} - 1$ (b) $\frac{\pi^2}{4} + 2$ (c) $\frac{\pi^2}{4} + 1$ (d) $\frac{\pi^2}{4} - 2$
15. $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 dx$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{7}{27}$ (b) $\frac{5}{27}$ (c) $\frac{4}{27}$ (d) $\frac{2}{27}$
16. $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^3 dx$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{\pi a^3}{16}$ (b) $\frac{3\pi a^4}{16}$ (c) $\frac{3\pi a^2}{8}$ (d) $\frac{3\pi a^4}{8}$
17. $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ -ன் மதிப்பு
 (a) $\frac{3\pi}{10}$ (b) $\frac{3\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{3\pi}{2}$
18. $\int_0^a \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{\pi}{8}$ எனில் a -ன் மதிப்பு
 (a) 4 (b) 1 (c) 3 (d) 2
19. $y^2 = x(a-x)$ என்ற வளைவரையில் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப்பொருத்துகழற்றுவதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவு
 (a) πa^3 (b) $\frac{\pi a^3}{4}$ (c) $\frac{\pi a^3}{5}$ (d) $\frac{\pi a^3}{6}$
20. $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du$, $x > 1$ மற்றும் $\int_1^3 \frac{e^{\sin x}}{x} dx = \frac{1}{2}[f(a) - f(1)]$, எனில் a பெறக் கூடிய ஒரு மதிப்பு
 (a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 5

10. சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
 (a) $\frac{1}{x+1}$ (b) $x+1$ (c) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ (d) $\sqrt{x+1}$
2. ஏதேனும் ஒரு வருடம் t -ல் உள்ள P -ன் பெருக்க வீதமானது மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமையும் எனில், பின்னர்
 (a) $P = ce^{kt}$ (b) $P = ce^{-kt}$ (c) $P = ckt$ (d) $Pt = c$
3. t எனும் நேரத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ள ஒரு பொருளின் அளவு P ஆகும். பொருள் ஆவியாகும்வீதமானது அந்நேரத்தில் மீதமிருக்கும் பொருளின் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது எனில், பின்னர்
 (a) $P = ce^{kt}$ (b) $P = ce^{-kt}$ (c) $P = ckt$ (d) $P = c$
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமானால், a -ன் மதிப்பு
 (a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) -1
5. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1,1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு
 (a) $y = x^3 + 2$ (b) $y = 3x^2 + 4$ (c) $y = 3x^3 + 4$ (d) $y = x^3 + 5$
6. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே
 (a) 2,3 (b) 3,3 (c) 2,6 (d) 2,4
7. $y = A \cos(x+B)$ இங்கு A, B என்பன ஏதேச்சை மாறிலிகள் எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரை குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு
 (a) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (b) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ (d) $\frac{d^2x}{dy^2} = 0$
8. $\sqrt{\sin x}(dx + dy) = \sqrt{\cos x}(dx - dy)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி
 (a) 1,2 (b) 2,2 (c) 1,1 (d) 2,1
9. மையம் (h, k) மற்றும் ஆரம் 'a' கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 1
10. $y = Ae^x + Be^{-x}$ இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள், எனும் வளைவரைத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு
 (a) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (b) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (c) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ (d) $\frac{dy}{dx} - y = 0$

11. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
(a) $xy = k$ (b) $y = k \log x$ (c) $y = kx$ (d) $\log y = kx$
12. $\frac{dy}{dx} = 2xy$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
(a) $y = ce^{x^2}$ (b) $y = 2x^2 + c$ (c) $y = ce^{-x^2} + c$ (d) $y = x^2 + c$
13. $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = (x + y)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
(a) $e^x + e^y = c$ (b) $e^x + e^{-y} = c$ (c) $e^{-x} + e^y = c$ (d) $e^{-x} + e^{-y} = c$
14. $\frac{dy}{dx} = 2^{y-x}$ -ன் தீர்வு
(a) $2^x + 2^y = c$ (b) $2^x - 2^y = c$ (c) $\frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = c$ (d) $x = y = c$
15. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}{\phi'\left(\frac{y}{x}\right)}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
(a) $x\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ (b) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$ (c) $y\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$ (d) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = ky$
16. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி $\sin x$ எனில், P என்பது
(a) $\log \sin x$ (b) $\cos x$ (c) $\tan x$ (d) $\cot x$
17. வரிசை n மற்றும் $n + 1$ கொண்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் பொதுத் தீர்வுகளில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை முறையே
(a) $n - 1, n$ (b) $n, n + 1$ (c) $n + 1, n + 2$ (d) $n + 1, n$
18. $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது
(a) நேர்க்கோடுகள் (b) வட்டங்கள் (c) பரவளையம் (d) நீள்வட்டம்
19. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$ ன் தீர்வு
(a) $y = ce^{\int p dx}$ (b) $y = ce^{-\int p dx}$ (c) $x = ce^{-\int p dy}$ (d) $x = ce^{\int p dy}$
20. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
(a) $\frac{x}{e^x}$ (b) $\frac{e^x}{x}$ (c) xe^x (d) e^x
21. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = Q(x)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி x , எனில் $p(x)$ என்பது
(a) x (b) $\frac{x^2}{2}$ (c) $\frac{1}{x}$ (d) $\frac{1}{x^2}$
22. $y(x) = 1 + \frac{dy}{dx} + \frac{1}{1.2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{1}{1.2.3} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \dots$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் படி
(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) 4
23. p மற்றும் q என்பன முறையே $q y \frac{dy}{dx} + x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + xy = \cos x$, எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி எனில்
(a) $p < q$ (b) $p = q$ (c) $p > q$ (d) இவற்றில் எதுவுமில்லை
24. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
(a) $y + \sin^{-1} x = c$ (b) $x + \sin^{-1} y = c$ (c) $y^2 + 2\sin^{-1} x = c$ (d) $x^2 + 2\sin^{-1} y = c$
25. மூன்றாம் வரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்டத் தீர்வில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

II. நிகழ்தகவு பரவல்கள்

1. சராசரி 0.4 கொண்ட ஒரு பெர்னோலி பரவல் X எனில் $(2X-3)$ -ன் பரவல்
(a) 0.24 (b) 0.48 (c) 0.6 (d) 0.96
2. ஈருறுப்பு மாறி X ஆறு முயற்சிகளில் $9P(X=4)=P(X=2)$ எனும் தொடர்பினை அனுசரிக்கிறது எனில் வெற்றியின் நிகழ்தகவு
(a) 0.125 (b) 0.25 (c) 0.375 (d) 0.75
3. ஒரு கணினி விற்பனையாளர் தனது கடந்த கால அனுபவத்திலிருந்து தனது காட்சிகூடத்திற்குள் நுழையும் ஒவ்வொரு இருபது வாடிக்கையாளர்களில் ஒருவருக்கு கணினிகளை விற்கிறார் என்பது தரியும். அடுத்த மூன்று வாடிக்கையாளர்களில் சரியாக இரண்டு பேருக்கு அவர் ஒரு கணினியை விற்கும் நிகழ்தகவு என்ன?
(a) $\frac{57}{20^3}$ (b) $\frac{57}{20^2}$ (c) $\frac{19^3}{20^3}$ (d) $\frac{57}{20}$
4. X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$ எனில், இவற்றில் எந்த கூற்று சரியானது?
(a) சராசரி & பரவற்படி உள்ளது (b) சராசரி உள்ளது, பரவற்படி இல்லை
(c) சராசரி & பரவற்படி இல்லை (d) பரவற்படி உள்ளது, சராசரி இல்லை

5. 2l நீளமுள்ள ஒரு கம்பி சமவாய்ப்பு முறையில் இரு துண்டாக உடைந்தது. இரு துண்டுகளில்குட்டையானதற்கான நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l}, & 0 < x < l \\ 0, & l \leq x < 2l \end{cases}$ எனில் குட்டையானப் பகுதிக்கான சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே ,
 (a) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{3}$ (b) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$ (c) $\frac{l}{12}, \frac{l^2}{12}$ (d) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$
6. ஒரு விளையாட்டில் அறுபக்க பகடையை விளையாடுபவர் உருட்டுகிறார். பகடை எண் 6 -ஐக்காட்டினால், விளையாடுபவர் ரூ 36 வெல்லுவார், இல்லை யெனில் ரூ k^2 தோற்பார் . இங்கு k என்பது பகடை காட்டும் எண் $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. விளையாட்டில் எதிர்பார்க்கப்படும் வெல்லும் தொகை ரூ
 (a) $\frac{19}{6}$ (b) $\frac{-19}{6}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{-3}{2}$
7. ஒரு கால்பந்தாட்ட அரங்கிற்கு ஒரே பள்ளியிலிருந்து நான்கு பேருந்துகள் 160 மாணவர்களை ஏற்றிக்கொண்டு வருகிறது. அப்பேருந்துகளில் முறையே 42, 36, 34 மற்றும் 48 மாணவர்கள் பயணிக்கின்றனர். சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு மாணவர் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவ்வாறு சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாணவர் பயணிக்கும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க . நான்கு பேருந்து ஒட்டுனர்களில் ஒருவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றனர். அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒட்டுநர் ஒட்டி வரும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை Y குறிக்கிறது என்க . இனி $E(X)$ மற்றும் $E(Y)$ முறையே
 (a) 50, 40 (b) 40, 50 (c) 40, 75, 40 (d) 41, 41
8. $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$. மற்றும் $E[X] = 3Var(X)$, எனில், $P(X = 0)$ காண்க
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{3}$
9. 1, 2, 3, 4, 5, 6 எண்ணிடப்பட்ட அறுபக்க பகடையும் 1, 2, 3, 4 என எண்ணிடப்பட்ட நான்கு பக்க பகடையும் சோடியாக உருட்டப்பட்டு இரண்டும் காட்டும் எண்களின் கூட்டல்தொகை தீர்மானிக்கப்படுகிறது . இந்த கூட்டலைக் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X என்க . இனி 7 -இன் நேர்மாறு பிம்பத்தின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
10. $n=25$ மற்றும் $p=0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு
 (a) 6 (b) 4 (c) 3 (d) 2
11. n முறை சுண்டப்படும் ஒரு நாணயத்தினால் பெறப்படும் தலை மற்றும் பூக்களின் எண்ணிக்கை வேறுபாட்டை X குறிக்கிறது என்க. X -இன் சாத்திய மதிப்புகள்
 (a) $i + 2n, i = 0, 1, 2, \dots, n$ (b) $2i - n, i = 0, 1, 2, \dots, n$ (c) $n - i, i = 0, 1, 2, \dots, n$ (d) $2i + 2n, i = 0, 1, 2, \dots, n$
12. $f(x) = \frac{1}{12}, a < x < b$ எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b -இன் மதிப்புகளாக இராது?
 (a) 0 மற்றும் 12 (b) 5 மற்றும் 17 (c) 7 மற்றும் 19 (d) 16 மற்றும் 24
13. எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு 6 மற்றும் பரவற்படி 2.4 கொண்ட ஒரு ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் $P(X=5)$ -இன் மதிப்பு
 (a) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^6 \left(\frac{2}{5}\right)^4$ (b) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^{10}$ (c) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^6$ (d) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^5$
14. இரு நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. முதல் நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 மற்றும் இரண்டாவது நாணயத்தின் மூலம் தலை கிடைக்க நிகழ்தகவு 0.5 ஆகும். சுண்டிவிடுதலின் முடிவுகள் சார்பற்றவை எனக் கருதுக. X என்பது மொத்த தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது என்க. $E(X)$ -ன் மதிப்பு
 (a) 0.11 (b) 1.1 (c) 11 (d) 1
15. பலவுள் தேர்வு ஒன்றில் 5 வினாக்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் 3 சாத்தியமானக் கவனச்சிதறல்விடைகள் உள்ளது. ஊகத்தின் அடிப்படையில் 4 அவ்லது அதற்கு மேல் சரியான விடையை ஒரு மாணவர் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு
 (a) $\frac{11}{243}$ (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{1}{243}$ (d) $\frac{5}{243}$
16. சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} ax + b, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{மற்ற இடங்களில்} \end{cases}$ மற்றும் $E[X] = \frac{7}{12}$, எனில் a மற்றும் b -ன் மதிப்புகள் முறையே
 (a) 1 மற்றும் $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ மற்றும் 1 (c) 2 மற்றும் 1 (d) 1 மற்றும் 2
17. 0, 1 மற்றும் 2 ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை X கொள்கிறது என்க . ஏதோ ஒரு மாறிலி k -விற்கு,
 $P(X = i) = kP(X = i - 1)$ for $i = 1, 2$ மற்றும் $P(X = 0) = \frac{1}{7}$ எனில் k -இன் மதிப்பு காண்க
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
18. பின்வருவனவற்றுள் எது தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி?
 I. ஒரு நாளில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமிக்கையைக் கடக்கும் மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கை
 II. ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் தொடர்வண்டி பயணச் சீட்டு வாங்க வரிசையில் காத்திருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை .
 III. ஒரு தொலைபேசி அழைப்பை நிறைவு செய்யும் காலம்.
 (a) I மற்றும் II (b) II மட்டுமே (c) III மட்டுமே (d) II மற்றும் III
19. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ எனில், a -இன் மதிப்பு
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
20. ஒரு நிகழ்தகவு மாறியின் நிகழ்தகவு சார்பு கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$

 எனில், $E(X)$ -க்கு சமமான மதிப்பு
 (a) $\frac{1}{15}$ (b) $\frac{1}{10}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

12. தனிநிலைக் கணிதம்

1. * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச்செயலி ஆகாது?

(a) Q^+ (b) z (c) R (d) C
2. Q என்ற கணத்தில் $a \circ b = a + b + ab$ என வரையறு. பின்னர், $3 \circ (y \circ 5) = 7$ -ன் தீர்வு

(a) $y = \frac{2}{3}$ (b) $y = \frac{-2}{3}$ (c) $y = \frac{-3}{2}$ (d) $y = 4$
3. R -ன் மீது $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ எனில், * ஆனது

(a) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் சேர்ப்பு விதியை நிறைவு செய்யாது.
 (b) சேர்ப்பு விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது.
 (c) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.
 (d) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யாது.
4. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது T மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும்?

(a) $\sin x$ ஓர் இரட்டைச் சார்பு.
 (b) ஒவ்வொரு சதுர அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்.
 (c) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை.
 (d) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
5. பின்வருபவை களில் எது மெய்மதிப்பு F ஐ பெற்றிருக்கும்?

(a) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 (b) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
 (c) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 (d) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
6. ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிற

(a) $S \rightarrow S$ (b) $(S \times S) \rightarrow S$ (c) $S \rightarrow (S \times S)$ (d) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$
7. கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை.

(a) R (b) Z (c) N (d) Q
8. $(p \vee q) \rightarrow r$ -ன் நேர்மாறுக் கூற்று எது?

(a) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (b) $\neg r \rightarrow (p \vee q)$ (c) $r \rightarrow (p \wedge q)$ (d) $p \rightarrow (q \vee r)$
9. $(p \wedge q) \vee \neg q$ -ன் மெய்மை அட்டவணை கீழே தரப்பட்ட ஓன்றாகு.

P	Q	$(p \wedge q) \vee (\neg q)$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

பின்வருபவைகளில் எது உண்மை ?

(a) (b) (c) (d)

(1) $T \quad T \quad T \quad T$
 (2) $T \quad F \quad T \quad T$
 (3) $T \quad T \quad F \quad T$
 (4) $T \quad F \quad F \quad F$
10. $\neg(p \vee \neg q)$ -ன் மெய் அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் வரும் மெய் மதிப்பு 'F' விளைவுகளின் எண்ணிக்கை

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
11. பின்வருபவைகளில் எது சரியல்ல ? p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகளுக்கு பின்வரும் தர்க்க சமானமானவைகள் பெறப்படுகிறது.

(a) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (b) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (c) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (d) $\neg(\neg p) \equiv p$
12. $(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ -ன் மெய்மை அட்டவணைக்கு பின்வருபவைகளில் எது சரி?

P	Q	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

(a) (b) (c) (d)

(1) $T \quad T \quad T \quad T$
 (2) $F \quad T \quad T \quad T$
 (3) $F \quad F \quad T \quad T$
 (4) $T \quad T \quad T \quad F$
13. பின்வருபவை களில் எது N -ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(a) கழித்தல் (b) பெருக்கல் (c) வகுத்தல் (d) அனைத்தும்

14. மெய் எண்களின் கணம் R -ன் மீது '*' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது R -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?
- (a) $a * b = \min(a, b)$ (b) $a * b = \max(a, b)$ (c) $a * b = a$ (d) $a * b = a^b$
15. ஒரு கூட்டுக் கூற்றில் 3 தனிக் கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை
- (a) 9 (b) 8 (c) 6 (d) 3
16. $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ -ன் எதிர்மறை கூற்று எது?
- (a) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ (b) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ (c) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (d) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
17. பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிற்கும் அதன் மெய் மதிப்பை தீர்மானிக்க.
- (a) $4+2=5$ மற்றும் $6+3=9$ (b) $3+2=5$ மற்றும் $6+1=7$ (c) $4+5=9$ மற்றும் $1+2=4$ (d) $3+2=5$ மற்றும் $4+7=11$
- (a) (b) (c) (d)
- (1) F T F T
(2) T F T F
(3) T T F F
(4) F F T T
18. பின்வருபவைகளில் எது உண்மையல்ல?
- (a) ஒரு கூற்றின் மறுப்பின் மறுப்பு அக்கூற்றேயாகும்.
(b) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் T எனில் அது ஒரு மெய்மமாகும்.
(c) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் F எனில் அது ஒரு முரண்பாடாகும்.
(d) p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மெய்மமாகும்.
19. $\neg(p \vee q) \vee [p \vee (p \wedge \neg r)]$ -ன் இருமம்
- (a) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \vee (p \wedge \neg r)]$ (b) $(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$ (c) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \wedge r)]$ (d) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$
20. $p \wedge (\neg p \vee q)$ என்ற கூற்று
- (a) ஒரு மெய்மம் (b) ஒரு முரண்பாடு (c) $p \wedge q$ -க்கு தர்க்க சமானமானவை (d) $p \vee q$ -க்கு தர்க்க சமானமானவை

6. வெக்டர் இயற்கணிதம்

முக்கிய குறிப்புகள்:

- ❖ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
- ❖ $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \hat{n}$
- ❖ விசை செய்த வேலை $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$
- ❖ திருப்புத்திறன் $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
- ❖ \vec{a}, \vec{b} செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- ❖ \vec{a}, \vec{b} இணை வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
- ❖ இணைகரத்தின்மத்தின் கனஅளவு $V = |[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
- ❖ $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ எனில்

திசையிலி பெருக்கம் (அ) புள்ளி பெருக்கம்

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

வெக்டர் பெருக்கம் (அ) குறுக்கு பெருக்கம்

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

- ❖ $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b}$ மற்றும் $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$, என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் θ எனில்

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{|\vec{b} \cdot \vec{d}|}{|\vec{b}||\vec{d}|} \right)$$

- ❖ $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = p_1$ மற்றும் $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = p_2$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் θ எனில்

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|} \right)$$

- ❖ $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$ என்ற கோடு மற்றும் $\vec{r} \cdot \vec{n} = p$, என்ற தளத்திற்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் θ எனில்

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{|\vec{b} \cdot \vec{n}|}{|\vec{b}||\vec{n}|} \right)$$

- ❖ $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, $\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$, $\vec{c} = c_1\hat{i} + c_2\hat{j} + c_3\hat{k}$, எனில், $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள்

$$\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

❖ MODEL-I

❖ துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

கார்டிசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

❖ MODEL-II

துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = (1 - s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}] = 0$$

கார்டிசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

❖ MODEL III

❖ துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = (1 - s - t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})] = 0$$

கார்டிசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

❖ $\frac{x-x_1}{b_1} = \frac{y-y_1}{b_2} = \frac{z-z_1}{b_3}$ மற்றும்

$\frac{x-x_2}{d_1} = \frac{y-y_2}{d_2} = \frac{z-z_2}{d_3}$ என்பன வெட்டிக்கொண்டால்

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} = 0$$

$1.\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

தீர்வு:

\hat{a} மற்றும் \hat{b} ஓரலகு வெக்டர்கள் என்க

$$\hat{a} = \cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta\hat{i} + \sin\beta\hat{j}$$

$$\hat{b} \cdot \hat{a} = \cos(\alpha - \beta) \quad \text{--- (1)}$$

$$\hat{b} \cdot \hat{a} = (\cos\beta\hat{i} + \sin\beta\hat{j}) \cdot (\cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j})$$

$$= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \quad \text{--- (2)}$$

(1)&(2) ல் இருந்து

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

2. $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

தீர்வு:

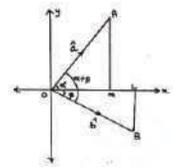
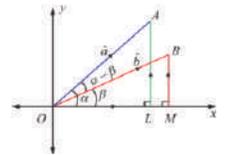
\hat{a} மற்றும் \hat{b} ஓரலகு வெக்டர்கள் என்க

$$\hat{a} = \cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta\hat{i} - \sin\beta\hat{j}$$

$$\hat{b} \cdot \hat{a} = \cos(\alpha + \beta) \quad \text{--- (1)}$$

$$\hat{b} \cdot \hat{a} = (\cos\beta\hat{i} - \sin\beta\hat{j}) \cdot (\cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j})$$



$$= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \rightarrow (2)$$

(1)&(2) ல் இருந்து

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

3. $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

தீர்வு:

\hat{a} மற்றும் \hat{b} ஓரலகு வெக்டர்கள் என்க

$$\hat{a} = \cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta\hat{i} + \sin\beta\hat{j}$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \sin(\alpha - \beta)(\hat{k}) \rightarrow (1)$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)(\hat{k}) \rightarrow (2)$$

(1) & (2) ல் இருந்து

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

4. $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபி.

தீர்வு:

\hat{a} மற்றும் \hat{b} ஓரலகு வெக்டர்கள் என்க

$$\hat{a} = \cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j}$$

$$\hat{b} = \cos\beta\hat{i} - \sin\beta\hat{j}$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \sin(\alpha + \beta)\hat{k} \rightarrow (1)$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)\hat{k} \rightarrow (2)$$

(1)&(2) ல் இருந்து

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

5. ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடுகள்(குத்துக்கோடுகள்) ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$$

$$AD \perp BC; BE \perp CA$$

$$\text{நிறுவ வேண்டியது } CF \perp BA$$

$$\text{நிலை:1 } AD \perp BC$$

$$\text{நிலை:2 } BE \perp CA$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) = 0 \quad \overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}) = 0$$

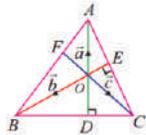
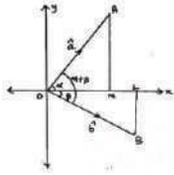
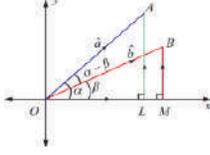
$$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow (1) \quad \vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \rightarrow (2)$$

$$\text{சமன் (1) + (2) } \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$$

$$(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$



$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CF} = 0 \Rightarrow CF \perp BA$$

எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடுகள்(குத்துக்கோடுகள்) ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும்.

6. $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}, \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}, \vec{c} = 3\hat{j} - \hat{k}$, மற்றும் $\vec{d} = 2\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$

எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\vec{d}$ என நிரூபி

தீர்வு:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \end{vmatrix} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{c} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 8\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 4 & 0 \\ 8 & -2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= -24\hat{i} + 24\hat{j} - 40\hat{k} \rightarrow (1)$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}] = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 28$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 12$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\vec{d} = 28(3\hat{j} - \hat{k}) - 12(2\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k})$$

$$= -24\hat{i} + 24\hat{j} - 40\hat{k} \rightarrow (2)$$

(1), (2) ல் இருந்து

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\vec{d}$$

$$\text{செய்துபார்க்க: } (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{b} - [\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{a}$$

7. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}, \vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, மற்றும் $\vec{c} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ என்பதை சரிபார்.

$$\text{தீர்வு: } \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 19\hat{i} - 11\hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 19 & -11 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -14\hat{i} - 17\hat{j} - 79\hat{k} \rightarrow (1)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \cdot (-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = -11$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}) = 19$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = -11(3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}) - 19(-\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = -14\hat{i} - 17\hat{j} - 79\hat{k} \rightarrow (2)$$

(1), (2) ல் இருந்து

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$$

$$\text{செய்து பார்க்க: } (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}$$

MODEL-1

8. (0,1,-5) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும்

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ மற்றும்}$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) \text{ என்ற கோடுகளுக்கு}$$

இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 0\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k} \quad \vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} \quad \vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (0\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-1 & z+5 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-0)(-3-6) - (y-1)(-2-6) + (z+5)(2-3) = 0$$

$$-9x + 8y - z - 13 = 0$$

$$\text{or} \quad 9x - 8y + z + 13 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (9\hat{i} - 8\hat{j} + \hat{k}) + 13 = 0$$

9. (2,3,6) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+3}{2} =$

$\frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} \quad \vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{c} = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) + t(2\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(-9+5) - (y-3)(-6-2) + (z-6)(-10-6) = 0$$

$$-4x + 8y - 16z + 80 = 0$$

$$\text{(or)} \quad x - 2y + 4z - 20 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) - 20 = 0$$

10. (1,-2,4) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் $x + 2y - 3z = 11$

என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$ என்ற

கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் & கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k} \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} \quad \vec{c} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) + s(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) + t(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(2-3) - (y+2)(1+9) + (z-4)(-1-6) = 0$$

$$-x - 10y - 7z + 9 = 0 \quad (\text{or})$$

$$x + 10y + 7z - 9 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} + 10\hat{j} + 7\hat{k}) - 9 = 0$$

11. $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ என்ற கோட்டை

உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச்

செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \quad \vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k} \quad \vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + s(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-1)(-1-8) - (y+1)(2-4) + (z-3)(4+1) = 0$$

$$-9x + 2y + 5z - 4 = 0$$

$$\text{(or)} \quad 9x - 2y - 5z + 4 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (9\hat{i} - 2\hat{j} - 5\hat{k}) + 4 = 0$$

12. $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$

என்ற தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \quad \vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{c} = -5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-6 & y+1 & z-1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-6)(-10+4) - (y+1)(5+5) + (z-1)(4+10) = 0$$

$$-6x - 10y + 14z + 12 = 0 \quad (or)$$

$$3x + 5y - 7z - 6 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (3\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}) - 6 = 0$$

MODEL-II

13. $(-1, 2, 0)$, $(2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 0\hat{k} \quad \vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \quad \vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

$$\text{வெக்டர் சமன்பாடு: } \vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s)(-\hat{i} + 2\hat{j}) + s(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x+1)(0+1) - (y-2)(-3+1) + (z-0)(3-0) = 0$$

$$x + 2y + 3z - 3 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}] = 0$$

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$$

14. $(2, 2, 1)$, $(9, 3, 6)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்வதும்

$2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{b} = 9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} \quad \vec{c} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k} \quad \text{வெக்டர்}$$

$$\text{சமன்பாடு: } \vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s)(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + s(9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}) + t(2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(6-30) - (y-2)(42-10) + (z-1)(42-2) = 0$$

$$-24x - 32y + 40z + 72 = 0$$

$$(or) \quad 3x + 4y - 5z - 9 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}] = 0$$

$$\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) - 9 = 0$$

15. $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் $(2, 1, -3)$ மற்றும் $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} \quad \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad \vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$$

$$\text{வெக்டர் சமன்பாடு: } \vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s)(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + s(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + t(-3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ -1 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & -5 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(20-8) - (y-2)(5+6) + (z-1)(-4-12) = 0$$

$$12x - 11y - 16z + 14 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}] = 0$$

$$\vec{r} \cdot (12\hat{i} - 11\hat{j} - 16\hat{k}) + 14 = 0$$

MODEL-III

16. $(3, 6, -2)$, $(-1, -2, 6)$, மற்றும் $(6, 4, -2)$ ஆகிய ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\vec{a} = 3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k} \quad \vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k} \quad \vec{c} = 6\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\text{வெக்டர் சமன்பாடு: } \vec{r} = (1-s-t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$$

$$\vec{r} = (1-s-t)(3\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}) + s(-\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + t(6\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$\text{கார்ட்சியன் சமன்பாடு: } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-6 & z+2 \\ -4 & -8 & 8 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-3)(0+16) - (y-6)(0-24) + (z+2)(8+24) = 0$$

$$16x - 48 + 24y - 144 + 32z + 64 = 0$$

$$(or) \quad 16x + 24y + 32z - 128 = 0$$

$$2x + 3y + 4z - 16 = 0$$

துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு:

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot [(\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})] = 0$$

$$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k}) - 16 = 0$$

17. வெட்டுத்துண்டு வடிவில் தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

$$A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$$

$$\vec{a} = a\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k},$$

$$\vec{b} = 0\hat{i} + b\hat{j} + 0\hat{k} \text{ and}$$

$$\vec{c} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + c\hat{k},$$

வெக்டர் சமன்பாடு: $\vec{r} = (1 - s - t)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$$\vec{r} = (1 - s - t)a\hat{i} + sb\hat{j} + tc\hat{k}$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு: $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$

$$\begin{vmatrix} x - a & y & z \\ -a & b & 0 \\ -a & 0 & c \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

18. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ மற்றும் $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ என்ற கோடுகள்

வெட்டிக்கொள்ளும் எனில் வெட்டும் புள்ளியை காண்க.

தீர்வு: வெட்டிக்கொள்ள நிபந்தனை

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} = s \text{ என்க}$$

$$\Rightarrow (x, y, z) = (2s + 1, 3s + 2, 4s + 3)$$

$$\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z = t \text{ என்க}$$

$$\Rightarrow (x, y, z) = (5t + 4, 2t + 1, t)$$

வெட்டும் புள்ளியில்

$$(2s + 1, 3s + 2, 4s + 3) = (5t + 4, 2t + 1, t)$$

$$\therefore \text{நாம் பெறுவது } s = -1, t = -1$$

வெட்டும் புள்ளி $(x, y, z) = (-1, -1, -1)$

செய்து பார்க்க.



$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1}, z - 1 = 0 \text{ மற்றும் } \frac{x-6}{2} = \frac{z-1}{3}, y - 2 = 0 \text{ என்ற}$$

கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் எனில் வெட்டும் புள்ளியை காண்க..

$$\text{குறிப்பு: } \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{0} \text{ \& } \frac{x-6}{2} = \frac{z-1}{3} = \frac{y-2}{0}$$



$$\vec{r} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k} + t(2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ மற்றும்}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{4}, \text{ என்ற கோட்கள் வெட்டும் புள்ளி வழியாகச்}$$

செல்வதும் மற்றும் இவ்விரு கோடுகளுக்கும் செங்குத்தானதுமான நேர்கோட்டின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாட்டைக் காண்க..

$$\text{குறிப்பு: } \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2} \text{ \& } \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{4}$$



$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4} \text{ மற்றும் } \frac{x-3}{1} = \frac{y-m}{2} = z \text{ என்ற கோடுகள்}$$

வெட்டிக்கொள்ளும் எனில் m ன் மதிப்பு காண்க.

5. இருபரிமாண பகுமுறைவடிவியல்

குறிப்புகள்:

மையம்(0,0) மற்றும் ஆரம் r உடைய வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$x^2 + y^2 = r^2$$

(x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) ஐ விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக

கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

நேர்கோடு நீள்வட்டத்தை தொட நிபந்தனை $c^2 = a^2m^2 + b^2$,

$$\text{தொடு புள்ளி } \left(-\frac{a^2m}{c}, \frac{b^2}{c}\right)$$

நேர்கோடு அதிபரவளையத்தை தொட நிபந்தனை $c^2 = a^2m^2 - b^2$,

$$\text{தொடு புள்ளி } \left(-\frac{a^2m}{c}, -\frac{b^2}{c}\right)$$

1. $(1, 1), (2, -1)$, மற்றும் $(3, 2)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்லும்

வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு: $A(1,1), B(2, -1), C(3,2)$

$$M_1 = AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-1 - 1}{2 - 1} = -2$$

$$M_2 = AC \text{ ன் சாய்வு} = \frac{2-1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$m_1 \times m_2 = -1 \therefore \angle A = 90^\circ$$

B, C , என்பன விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகள், எனவே

வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) + (y + 1)(y - 2) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$

2. $(1,0), (-1,0)$, மற்றும் $(0,1)$ என்ற புள்ளிகள் வழி செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க..

தீர்வு: விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகள் $(1,0), (-1,0)$

$$\text{மையம்}(0,0),$$

$$\text{ஆரம்}=1$$

வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 = 1$

3. $x - y + 4 = 0$ என்ற நேர்கோடு $x^2 + 3y^2 = 12$ என்ற

நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடு என நிறுவுக. மேலும் தொடும் புள்ளியைக்காண்க..

தீர்வு:

$$x - y + 4 = 0 \quad x^2 + 3y^2 = 12$$

$$y = x + 4 \quad \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$$

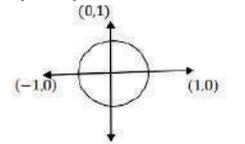
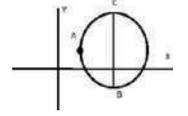
$$m = 1, c = 4 \quad a^2 = 12, b^2 = 4$$

நிபந்தனை: $c^2 = a^2m^2 + b^2$

$$c^2 = 16 = a^2m^2 + b^2$$

$x - y + 4 = 0$ ஆனது $x^2 + 3y^2 = 12$ ன் தொடுகோடாகும்

$$\text{தொடு புள்ளி: } \left(-\frac{a^2m}{c}, \frac{b^2}{c}\right) = (-3, 1)$$



4. $5x + 12y = 9$ என்ற நேர்கோடு $x^2 - 9y^2 = 9$, என்ற அதிபரவளையத்தின் தொடுகோடு என நிறுவுக. மேலும் தொடும் புள்ளியைக்காண்க.

தீர்வு: $5x + 12y = 9$ $x^2 - 9y^2 = 9$
 $\Rightarrow y = -\frac{5}{12}x + \frac{3}{4}$, $\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 9$
 $m = -\frac{5}{12}, c = \frac{3}{4}$ $a^2 = 9, b^2 = 1$

நிபந்தனை $c^2 = a^2m^2 - b^2$,

$\Rightarrow c^2 = \frac{9}{16} = a^2m^2 - b^2$

$5x + 12y = 9$ ஆனது $x^2 - 9y^2 = 9$ ன் தொடுகோடாகும்

தொடு புள்ளி $(-\frac{a^2m}{c}, -\frac{b^2}{c}) = (5, -\frac{4}{3})$

5. ஒரு பாலம் பரவளைய வடிவில் உள்ளது. மையத்தில் 10 மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30 மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தை காண்க.

தீர்வு: $x^2 = -4ay$ ----> (1)

$(15, -10)$ ல்

$(1) \Rightarrow (15)^2 = -4a(-10)$

$\Rightarrow a = \frac{225}{40}$

$(1) \Rightarrow x^2 = -4(\frac{225}{40})y$ ----> (2)

$(6, -y_1)$ ல்

$(1) \Rightarrow (6)^2 = -4 \times \frac{225}{40}(-y_1)$

$\frac{36 \times 40}{4 \times 225} = y_1 \Rightarrow y_1 = 1.6$

பாலத்தின் உயரம் $10 - y_1 = 10 - 1.6 = 8.4$ மீ

6. ஒரு நீரூற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4 மீ, நீரின்பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தை காண்க.

தீர்வு: $x^2 = -4ay$ ----> (1) $(-0.5, -4)$ ல்

$(1) \Rightarrow (-\frac{1}{2})^2 = -4a(-4)$

$\Rightarrow 4a = \frac{1}{16}$

$(1) \Rightarrow x^2 = -(\frac{1}{16})y$ ----> (2)

$(0.25, -y_1)$ ல்

$(2) \Rightarrow (\frac{1}{4})^2 = -4 \times \frac{1}{16}(-y_1) \Rightarrow \frac{16}{16} = y_1 \Rightarrow y_1 = 1$

பாலத்தின் உயரம் $4 - y_1 = 4 - 1 = 3$ மீ

7. ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60 மீ சாலைப்பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக்கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6 மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக்காண்க.

தீர்வு:

$x^2 = 4ay$ ----> (1)

$(30,13)$ ல்

$30^2 = 4a(13)$

$\Rightarrow 4a = \frac{900}{13}$

$(1) \Rightarrow x^2 = \frac{900}{13}y$ ----> (2)

(i) $(6, y_1)$ - ல்

$(2) \Rightarrow 6^2 = \frac{900}{13}y_1 \Rightarrow y_1 = 0.52$

முதல் கம்பியின் நீளம் $3 + y_1 = 3 + 0.52 = 3.52$

(ii) $(12, y_2)$ ல்

$(2) \Rightarrow 12^2 = \frac{900}{13}y_2 \Rightarrow \frac{144 \times 13}{900} = y_2$

$\Rightarrow y_2 = 2.08$

இரண்டாம் கம்பியின் நீளம்

$3 + y_2 = 3 + 2.08 = 5.08$ மீ

8. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனைகுழாயின்வாயில் அமைகிறது. குழாய்மட்டத்திற்கு 2.5 மீ கீழேநீர்பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச்செல்லும் நிலைகுத்துக்கோட்டிற்கு 3 மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதை காண்க.

தீர்வு: $x^2 = -4ay$ ----> (1)

$(3, -2.5)$, ல்

$(1) \Rightarrow (3)^2 = -4a(-2.5)$

$\Rightarrow a = \frac{9}{10}$

$(1) \Rightarrow x^2 = -4(\frac{9}{10})y$ ----> (2)

$(x_1, -7.5)$ ல் $(2) \Rightarrow (x_1)^2 = -4 \times \frac{9}{10}(-7.5)$

$\Rightarrow (x_1)^2 = 9 \times 3$

$\Rightarrow x_1 = 3\sqrt{3}$ மீ

9. ஒரு ராக்கெட்வெடியானது கொளுத்தும்போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன்உச்ச உயரம் 4 மீ-ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையைவந்தடைகிறது. எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் ஏறிகோணம் காண்க.

தீர்வு:

$x^2 = -4ay$ ----> (1)

(i) $(6, -4)$ - ல்

$(1) \Rightarrow (6)^2 = -4a(-4) \Rightarrow 4a = 9$

$\Rightarrow x^2 = -9y$ ----> (2)

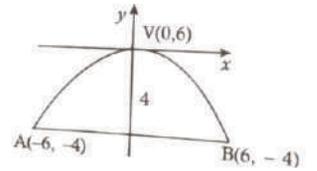
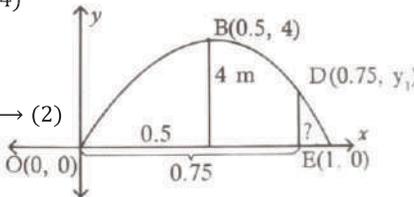
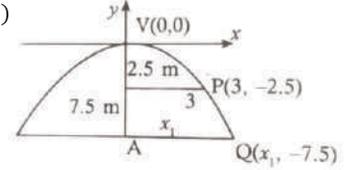
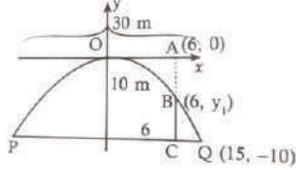
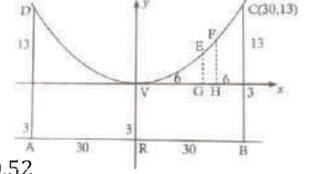
(2) x' ஐ பொருத்து வகையிட $\Rightarrow 2x = -9 \frac{dy}{dx}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{-9}$

$(-6, -4)$ ல் $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2(-6)}{-9}$

$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{4}{3}$ ஏறிகோணம் $\therefore \theta = \tan^{-1}(\frac{4}{3})$

10. ஒரு நான்கு வழிச்சாலைக்கான மலைவழியேசெல்லும் சுரங்கப்பாதையின்முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது.



நெடுஞ்சாலையின் மொத்தஅகலம் (முகப்பு அல்ல) 16மீ. சாலையின்விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின்உயரம், 4மீ உயரமுள்ளசரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின்அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ ---- (1)}$$

இங்கு $b = 5$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \text{ ---- (2)}$$

(8,4) ல்

$$(2) \Rightarrow \frac{8^2}{a^2} + \frac{4^2}{5^2} = 1$$

$$\frac{8^2}{a^2} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = \frac{40}{3}$$

திறப்பின் அகலம் $2a = \frac{80}{3} = 26.66$ மீ

11. சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

தீர்வு:

$$SA' = a + c = 152 \times 10^6$$

$$SA = a - c = 94.5 \times 10^6$$

$$SA' - SA = 2c = 57.5 \times 10^6 = 575 \times 10^5 \text{ km}$$

சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்கும் உள்ள தூரம்

$$SS' = 575 \times 10^5 \text{ km.}$$

12. ஒரு வழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம்

3 m மற்றும் அகலம் 12 m ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 m

மற்றும் உயரம் 2.7 m எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல

முடியுமா?

தீர்வு:

$$a = 6 \text{ மற்றும் } b = 3$$

$$\text{நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு } \frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \text{ ---- (1)}$$

$$\left(\frac{3}{2}, y_1\right) \text{ ல் } (1) \Rightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$y_1^2 = 9 \left(1 - \frac{9}{144}\right)$$

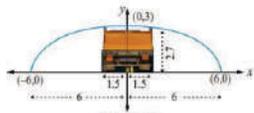
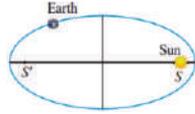
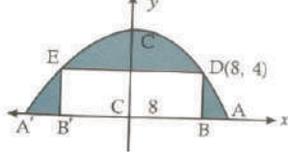
$$y_1^2 = \frac{135}{16}$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{135}}{4} = 2.90 \text{ மீ}$$

வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியும்.

13. 1.2 மீ நீளமுள்ளதடி அதன்முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x -அச்ச முனையிலிருந்து 0.3மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P-ன்நியமப்பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக, மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.

தீர்வு:



ΔPAC

$$\sin\theta = \frac{y_1}{0.3} \Rightarrow \sin^2\theta = \frac{y_1^2}{0.09} \text{ ---- (1)}$$

ΔBPD

$$\cos\theta = \frac{x}{0.9} \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{x_1^2}{0.81} \text{ ---- (2)}$$

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow \frac{x_1^2}{0.81} + \frac{y_1^2}{0.09} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

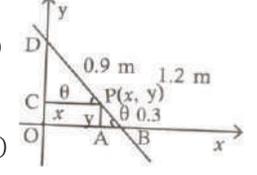
$$(x_1, y_1) \text{ ன் நியமப்பாதை } \frac{x^2}{0.81} + \frac{y^2}{0.09} = 1.$$

நீள்வட்டமாகும்

$$\text{மையத்தொலைத்தகவு } e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0.81 - 0.09}{0.81}} = \sqrt{\frac{0.72}{0.81}}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ மீ}$$



14. A, B என்ற இரு புள்ளிகள் 10 கி.மீ இடைவெளியில் உள்ளன. இந்தப் புள்ளிகளில் வெவ்வேறு நேரங்களில் கேட்கப்பட்ட வெடிச்சத்திலிருந்து வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் A என்ற புள்ளி B என்ற புள்ளியைவிட 6 கி.மீ அருகாமையில் உள்ளது என நிர்ணயிக்கப்பட்டது. வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் ஒரு குறிப்பிட்ட வளைவரைக்கு உட்பட்டது என நிரூபித்து அதன் சமன்பாட்டைக்காண்க.

தீர்வு:

$$2ae = 10 \Rightarrow ae = 5$$

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$3e = 5 \Rightarrow e = \frac{5}{3} > 1,$$

∴ வளைவரை ஓர் அதிபரவளையமாகும்.

$$b^2 = a^2(e^2 - 1) \Rightarrow b^2 = 9\left(\frac{25}{9} - 1\right)$$

$$\Rightarrow b^2 = 9\left(\frac{25-9}{9}\right) \Rightarrow b^2 = 16$$

$$\text{அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

15. ஒரு அணு உலைகுளிரட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன்

சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$ தூண் 150 மீ உயரமுடையது.

மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல்பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதிமாக உள்ளது. தூணின் மேல்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களை காண்க

தீர்வு:

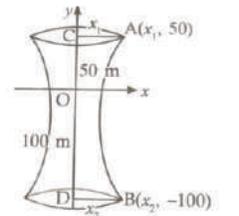
$$\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1 \text{ ---- (1)}$$

$$(x_1, 50) \text{ ல்}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{(x_1)^2}{30^2} - \frac{(50)^2}{44^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x_1)^2}{30^2} = 1 + \frac{(50)^2}{44^2}$$

$$x_1 = 45.41 \text{ m}$$

∴ மேல்பகுதியின் விட்டத்தின் $2x_1 = 90.82$ மீ



$(x_2, -100)$ ல்

$$(1) \Rightarrow \frac{(x_2)^2}{30^2} - \frac{(100)^2}{44^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x_2)^2}{30^2} = 1 + \frac{(100)^2}{44^2}$$

$$x_2 = 74.49m$$

∴ கீழ் பகுதியின் விட்டம் $2x_2 = 148.98m$

1. கலப்பு எண்கள்

முக்கிய குறிப்புகள்:

1. $i = \sqrt{-1}, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^{4n} = 1$

2. கலப்பெண்ணின் செவ்வக வடிவம் $x + iy$ மெய்ப்பகுதி X, கற்பனை பகுதி Y.

3. $Z = x + iy$ ன் இணை கலப்பெண் $\bar{Z} = x - iy$

4. $Z = x + iy$ ன் மட்டு $|Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

5. முக்கோண சமனிலி: ஏதேனும் இரு கலப்பெண்கள் Z_1 மற்றும்

$$Z_2 \text{ என்க, } |Z_1 + Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2| \&$$

$$||Z_1| - |Z_2|| \leq |Z_1 + Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2|$$

6. $\sqrt{a \pm ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{|z| + a}{2}} \pm i \sqrt{\frac{|z| - a}{2}} \right]$

7. Z ன் கூட்டல் நேர்மாறு $-Z$, Z ன் பெருக்கல் நேர்மாறு $\frac{1}{Z}$

8. Z மெய்யெண் எனில் $Z = \bar{Z}$ மற்றும்

Z முற்றிலும் கற்பனை எனில் $Z = -\bar{Z}$

9. Z_1 மற்றும் Z_2 ஆகிய கலப்பெண்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் $|Z_1 - Z_2|$

10. வட்டத்தின் கலப்பெண் வடிவம் $|Z - Z_0| = r$ இங்கு மையம் Z_0 மற்றும் ஆரம் r.

1. $Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1$ எனில், z ன்

நியமபாதை மெய்யச்சு எனக் காட்டுக.

தீர்வு: $Z = x + iy$ என்க

$$\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1 \Rightarrow |z-4i| = |z+4i|$$

$$|x+iy-4i| = |x+iy+4i|$$

$$|x+i(y-4)|^2 = |x+i(y+4)|^2$$

$$x^2 + (y-4)^2 = x^2 + (y+4)^2$$

$$y = 0$$

∴ Z ன் நியமபாதை மெய்யச்சு ஆகும்

2. $Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $Im \left(\frac{2z+1}{iz+1} \right) = 0$, எனில், z ன்

நியமபாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு: $Im \left(\frac{2z+1}{iz+1} \right) = 0$

$$Z = x + iy \text{ என்க}$$

$$Im \left(\frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1} \right) = 0$$

$$Im \left(\frac{2x+i2y+1}{ix+i^2y+1} \right) = 0$$

$$Im \left(\frac{a+ib}{c+id} \right) = \frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$

$$Im \left(\frac{(2x+1)+i2y}{(1-y)+ix} \right) = 0$$

$$\left(\frac{2y(1-y)-x(2x+1)}{(1-y)^2+x^2} \right) = 0$$

$$2y - 2x^2 - 2y^2 - x = 0 \text{ (or)}$$

$$2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$$

3. $Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $Re \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = 0$ எனில், z ன்

நியமபாதை $x^2 + y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு: $Re \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = 0$

$$Z = x + iy \text{ என்க}$$

$$Re \left(\frac{x+iy-1}{x+iy+1} \right) = 0$$

$$Re \left(\frac{(x-1)+iy}{(x+1)+iy} \right) = 0 \quad Re \left(\frac{a+ib}{c+id} \right) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2}$$

$$\left(\frac{(x-1)(x+1)+y^2}{(x+1)^2+y^2} \right) = 0$$

$$x^2 - 1 + y^2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

4. $Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $arg \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{\pi}{2}$ எனில், z ன்

நியமபாதை $x^2 + y^2 = 1$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $arg \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{\pi}{2}$

$$Z = x + iy \text{ என்க}$$

$$arg \left(\frac{x+iy-1}{x+iy+1} \right) = \frac{\pi}{2}$$

$$arg \left(\frac{(x-1)+iy}{(x+1)+iy} \right) = \frac{\pi}{2} \quad arg \left(\frac{a+ib}{c+id} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{bc-ad}{ac+bd} \right)$$

$$\tan^{-1} \left(\frac{y(x+1)-y(x-1)}{(x-1)(x+1)+y^2} \right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\left(\frac{y(x+1)-y(x-1)}{(x-1)(x+1)+y^2} \right) = \tan \frac{\pi}{2} = \infty = \frac{1}{0}$$

$$(x-1)(x+1) + y^2 = 0$$

$$x^2 - 1 + y^2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

5. $Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $arg \left(\frac{z-i}{z+2} \right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், z ன்

நியமபாதை $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக்காட்டுக.

தீர்வு: $arg \left(\frac{z-i}{z+2} \right) = \frac{\pi}{4}$

$$Z = x + iy \text{ என்க}$$

$$arg \left(\frac{x+iy-i}{x+iy+2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$arg \left(\frac{x+i(y-1)}{(x+2)+iy} \right) = \frac{\pi}{4} \quad arg \left(\frac{a+ib}{c+id} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{bc-ad}{ac+bd} \right)$$

$$\tan^{-1} \left(\frac{(x+2)(y-1)-xy}{x(x+2)+y(y-1)} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\frac{(x+2)(y-1)-xy}{x(x+2)+y(y-1)} \right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$(x+2)(y-1) - xy = x(x+2) + y(y-1)$$

$$x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$$

செய்து பார்க்க

$Z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $arg \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{\pi}{3}$ எனில், z ன்

நியமபாதை $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2y - 3 = 0$ எனக்காட்டுக.

6. $z = 3 + 2i$ எனில், z, iz , மற்றும் $z + iz$ ஆகியன ஓர் இருசம்பக்க செங்கோணமுக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் என நிறுவுக தீர்வு:

$$z = 3 + 2i$$

$$iz = i(3 + 2i) = 3i - 2 = -2 + 3i$$

$$z + iz = 1 + 5i$$

$$z_1 = 3 + 2i, \quad z_2 = -2 + 3i, \quad z_3 = 1 + 5i$$

$$AB = |z_1 - z_2| = |(3 + 2i) - (-2 + 3i)| = \sqrt{26}$$

$$BC = |z_2 - z_3| = |(-2 + 3i) - (1 + 5i)| = \sqrt{13}$$

$$CA = |z_3 - z_1| = |(1 + 5i) - (3 + 2i)| = \sqrt{13}$$

$$BC^2 + CA^2 = AB^2 = 26$$

∴ இருசம்பக்க செங்கோணமுக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் ஆகும்.

7. $1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ஆகியன ஓர் சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் என நிறுவுக தீர்வு:

$$z_1 = 1 \quad z_2 = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$z_3 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = |z_1 - z_2| = \sqrt{3}$$

$$BC = |z_2 - z_3| = \sqrt{3}$$

$$CA = |z_3 - z_1| = \sqrt{3}$$

$$AB=BC=CA$$

∴ சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் ஆகும்

8. z_1, z_2 மற்றும் z_3 ஆகிய கலப்பெண்களில்

$$|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3 \quad \text{மற்றும்} \quad |z_1 + z_2 + z_3| = 1, \quad \text{எனில்}$$

$$|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 6 \quad \text{என காட்டுக.}$$

தீர்வு:

$$|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3 \quad \text{மற்றும்} \quad |z_1 + z_2 + z_3| = 1$$

$$\therefore |z|^2 = z\bar{z}, \quad z_1\bar{z}_1 = 1, \quad z_2\bar{z}_2 = 4, \quad z_3\bar{z}_3 = 9$$

$$z_1 = \frac{1}{z_1}, \quad z_2 = \frac{4}{z_2}, \quad z_3 = \frac{9}{z_3}$$

$$|z_1 + z_2 + z_3| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{4}{z_2} + \frac{9}{z_3} \right|$$

$$1 = \frac{|z_2z_3 + 4z_1z_3 + 9z_1z_2|}{|z_1||z_2||z_3|}$$

$$|z_2z_3 + 4z_1z_3 + 9z_1z_2| = |z_1||z_2||z_3|$$

$$|z_2z_3 + 4z_1z_3 + 9z_1z_2| = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$|z_2z_3 + 4z_1z_3 + 9z_1z_2| = 6$$

9. z_1, z_2 மற்றும் z_3 ஆகிய கலப்பெண்களில்

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = r > 0 \quad \text{மற்றும்} \quad z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$$

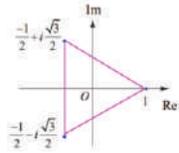
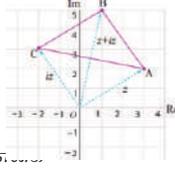
$$\text{எனில், } \left| \frac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right| = r \quad \text{என காட்டுக.}$$

தீர்வு:

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = r \quad \therefore |z|^2 = z\bar{z}$$

$$z_1\bar{z}_1 = z_2\bar{z}_2 = z_3\bar{z}_3 = r^2$$

$$z_1 = \frac{r^2}{z_1}, \quad z_2 = \frac{r^2}{z_2}, \quad z_3 = \frac{r^2}{z_3}$$



$$|z_1 + z_2 + z_3| = \left| \frac{r^2}{z_1} + \frac{r^2}{z_2} + \frac{r^2}{z_3} \right|$$

$$= r^2 \left| \frac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1z_2z_3} \right|$$

$$|z_1 + z_2 + z_3| = r^2 \frac{|z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|}{r^3}$$

$$= \frac{|z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|}{r}$$

$$\therefore \left| \frac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right| = r$$

10. z_1, z_2 & z_3 ஆகியன $|z| = 2$ என்ற வட்டத்தின் மீது அமைந்த சமபக்கமுக்கோணத்தின் உச்சிப்புள்ளிகள் என்க. மேலும்

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad \text{எனில் } z_2 \text{ & } z_3 \text{ காண்க.}$$

தீர்வு: $|z| = r = 2$ மற்றும்

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$$

$$\theta = \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{1} \right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{ஆய்லரின் வடிவம் } z_1 = re^{i\theta} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$z_2 = z_1 e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2e^{i\frac{\pi}{3}} e^{i\frac{2\pi}{3}} = 2e^{i\pi} = -2$$

$$z_3 = z_2 e^{i\frac{2\pi}{3}} = -2 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 1 - i\sqrt{3}$$

$$\text{குறிப்பு: } z = (1)^{\frac{1}{3}} = (1, \omega, \omega^2)$$

$$\text{இங்கு } \omega = \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \omega^2 = \frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

11. தீர்க்க $z^3 + 8i = 0$, இங்கு $z \in \mathbb{C}$.

$$\text{தீர்வு: } z^3 + 8i = 0$$

$$z^3 = -8i$$

$$z^3 = (2i)^3 \times 1$$

$$z = 2i \times (1)^{\frac{1}{3}}$$

$$z = 2i(1, \omega, \omega^2)$$

$$z = 2i, \quad 2i \left(\frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \quad 2i \left(\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$z = 2i, \quad -i - \sqrt{3}, \quad -i + \sqrt{3}$$

12. தீர்க்க $z^3 + 27 = 0$, இங்கு $z \in \mathbb{C}$

$$\text{தீர்வு: } z^3 + 27 = 0$$

$$z^3 = -27 = -3 \times -3 \times -3$$

$$z^3 = (-3)^3 \times 1$$

$$z = -3 \times (1)^{\frac{1}{3}}$$

$$z = -3(1, \omega, \omega^2)$$

$$z = -3, -3\omega, -3\omega^2$$

13. $\omega \neq 1$ ஒன்றின் மூப்படி மூலம் எனில், $(z - 1)^3 + 8 = 0$ ன்

$$\text{மூலங்கள் } -1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2 \text{ என நிரூபி.}$$

தீர்வு:

$$(z - 1)^3 + 8 = 0$$

$$(z - 1)^3 = -8 = (-2)^3 \times 1$$

$$(z - 1) = -2 \times (1)^{\frac{1}{3}}$$

$$z - 1 = -2(1, \omega, \omega^2) = -2, -2\omega, -2\omega^2$$

$$z = -1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2$$

14. $\sqrt{3} + i$ ன் எல்லா மூன்றாம் படி மூலங்களையும் காண்க.

$$\text{தீர்வு: } z = (r(\cos\theta + i\sin\theta))^{\frac{1}{3}}$$

$$r = \sqrt{3+1} = 2, \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left(\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right) \right), k = 0, 1, 2 \dots n-1.$$

$$z^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{\pi}{6} + 2k\pi}{3}\right) \right), k = 0, 1, 2$$

$$z^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \left(\cos\left(\frac{\pi + 12k\pi}{18}\right) + i \sin\left(\frac{\pi + 12k\pi}{18}\right) \right), k = 0, 1, 2$$

$$k = 0, \text{ எனில் } z = 2^{\frac{1}{3}} \left(\cos\frac{\pi}{18} + i \sin\frac{\pi}{18} \right)$$

$$k = 1, \text{ எனில் } z = 2^{\frac{1}{3}} \left(\cos\frac{13\pi}{18} + i \sin\frac{13\pi}{18} \right)$$

$$k = 2, \text{ எனில் } z = 2^{\frac{1}{3}} \left(\cos\frac{25\pi}{18} + i \sin\frac{25\pi}{18} \right)$$

15. $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$ எனில்,

$$(i) \cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$$

$$(ii) \sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha + \beta + \gamma) \text{ எனக்}$$

காட்டுக.

தீர்வு:

$$a = \cos\alpha + i \sin\alpha, b = \cos\beta + i \sin\beta, c = \cos\gamma + i \sin\gamma$$

$$a + b + c = 0 \text{ எனில் } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\begin{aligned} & (\cos\alpha + i \sin\alpha)^3 + (\cos\beta + i \sin\beta)^3 + (\cos\gamma + i \sin\gamma)^3 \\ &= 3(\cos\alpha + i \sin\alpha)(\cos\beta + i \sin\beta)(\cos\gamma + i \sin\gamma) \\ & (\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma) + i(\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma) \\ &= 3[\cos(\alpha + \beta + \gamma) + i \sin(\alpha + \beta + \gamma)] \end{aligned}$$

$$(i) \cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$$

$$(ii) \sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha + \beta + \gamma)$$

16. $2 \cos\alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2 \cos\beta = y + \frac{1}{y}$ எனில்,

$$(i) \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$(ii) xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$$

$$(iii) \frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$$

$$(iv) x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta) \text{ என நிறுவுக.}$$

தீர்வு:

$$x + \frac{1}{x} = 2 \cos\alpha \text{ எனவே}$$

$$x = \cos\alpha + i \sin\alpha,$$

$$\text{அதேபோல் } y = \cos\beta + i \sin\beta$$

$$(i) \frac{x}{y} = \cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta)$$

$$\frac{y}{x} = \cos(\alpha - \beta) - i \sin(\alpha - \beta)$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \cos(\alpha - \beta)$$

$$(ii) xy = \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)$$

$$\frac{1}{xy} = \cos(\alpha + \beta) - i \sin(\alpha + \beta)$$

$$xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$$

$$(iii) \frac{x^m}{y^n} = \cos(m\alpha - n\beta) + i \sin(m\alpha - n\beta)$$

$$\frac{y^n}{x^m} = \cos(m\alpha - n\beta) - i \sin(m\alpha - n\beta)$$

$$\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$$

$$(iv) x^m y^n = \cos(m\alpha + n\beta) + i \sin(m\alpha + n\beta)$$

$$\frac{1}{x^m y^n} = \cos(m\alpha + n\beta) - i \sin(m\alpha + n\beta)$$

$$x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta)$$

1. மதிப்பிடுக

தீர்வு:

$$(i) i^{1729} = i$$

$$(ii) i^{-1924} + i^{2018} = i^0 + i^2 = 1 - 1 = 0;$$

$$(iii) i^{59} + \frac{1}{i^{59}} = i^{59} - i^{59} = 0$$

$$(iv) i i^2 i^3 \dots i^{40} = i^{1+2+3+\dots+40} \\ = i^{\left(\frac{40 \times 41}{2}\right)} = i^{820} = 1$$

$$2. z_1 = 6 + 7i, z_2 = 3 - 5i \text{ எனில் } z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 z_2, \frac{z_1}{z_2}$$

காண்க.

தீர்வு:

$$z_1 + z_2 = (6 + 3) + i(7 - 5) = 9 + 2i$$

$$z_1 - z_2 = (6 - 3) + i(7 + 5) = 3 + 12i$$

$$z_1 z_2 = (6 + 7i)(3 - 5i) = 18 - 30i + 21i - 35(-1) \\ = 53 - 9i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{6+7i}{3-5i} = \frac{-17+51i}{34} = \frac{-17}{34} + \frac{51i}{34} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)+i(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

$$3. \left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12} \text{ ஓர் மெய் எனக்காட்டுக}$$

தீர்வு:

$$\frac{19-7i}{9+i} = 2 - i, \quad \frac{20-5i}{7-6i} = 2 + i$$

$$z = \left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$$

$$z = (2 - i)^{12} + (2 + i)^{12}$$

$$\bar{z} = (2 + i)^{12} + (2 - i)^{12}$$

$$\bar{z} = z, z \text{ மெய்}$$

$$4. \left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15} \text{ முற்றிலும் கற்பனை எனக்காட்டுக}$$

$$\text{தீர்வு: } \frac{19+9i}{5-3i} = 2 + 3i, \quad \frac{8+i}{1+2i} = 2 - 3i$$

$$z = \left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$$

$$z = (2 + 3i)^{15} - (2 - 3i)^{15}$$

$$\bar{z} = (2 - 3i)^{15} - (2 + 3i)^{15}$$

$$\bar{z} = -z$$

$\therefore z$ முற்றிலும் கற்பனை.

5. $z = 3 + 4i$ எனில், z^{-1} காண்க

தீர்வு:

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{3+4i} = \frac{3-4i}{3^2+4^2} = \frac{3-4i}{25}$$

$$z^{-1} = \frac{3}{25} + \frac{-4i}{25} \quad \frac{1}{a+ib} = \frac{(a-ib)}{a^2+b^2}$$

6. $z = (2 + 3i)(1 - i)$ எனில், z^{-1} காண்க

தீர்வு:

$$z = 2 - 2i + 3i + 3i(-i) = 2 + i - 3 = -1 + i$$

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{-1+i} = \frac{-1-i}{(-1)^2+1^2}$$

$$z^{-1} = \frac{-1-i}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{i}{2}$$

7. $z_1 = 3, z_2 = -7i, z_3 = 5 + 4i$ எனில்

$$z_1(z_2+z_3) = z_1z_2 + z_1z_3 \text{ எனக்காட்டுக}$$

தீர்வு:

$$z_2+z_3 = -7i + (5 + 4i) = 5 - 3i$$

$$z_1(z_2+z_3) = 3(5 - 3i) = 15 - 9i \text{ ----- } (1)$$

$$z_1z_2 + z_1z_3 = 3(-7i) + 3(5 + 4i) = -21i + 15 + 12i$$

$$z_1z_2 + z_1z_3 = 15 - 9i \text{ ----- } (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow z_1(z_2+z_3) = z_1z_2 + z_1z_3$$

8. $i, -2 + i$ மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் எந்த கலப்பெண் ஆதியிலிருந்து அதிக தொலைவில் உள்ளது?

தீர்வு:

$$z_1 = i, z_2 = -2 + i, z_3 = 3$$

$$|z_1| = |i| = \sqrt{1^2} = 1$$

$$|z_2| = |-2 + i| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$|z_3| = |3| = 3$$

தொலைவிலுள்ள புள்ளி 3 மற்றும் அருகிலுள்ள புள்ளி i

9. $10 - 8i, 11 + 6i$ ஆகியவற்றில் எப்புள்ளி $1 + i$ க்கு அருகாமையில் உள்ளது.

தீர்வு:

$$z_1 = 10 - 8i, z_2 = 11 + 6i, \text{ மற்றும் } z = 1 + i$$

$$|z_1 - z| = |(10 - 8i) - (1 + i)| = |9 - 9i| = \sqrt{9^2 + (-9)^2}$$

$$= \sqrt{162}$$

$$|z_2 - z| = |(11 + 6i) - (1 + i)| = |10 + 5i| = \sqrt{10^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{125}$$

$1 + i$ க்கு அருகாமையில் உள்ள புள்ளி $11 + 6i$.

9. $(1 + i)(1 + 2i)(1 + 3i) \dots \dots (1 + ni) = x + iy$ எனில்

$2.5.10 \dots (1 + n^2) = x^2 + y^2$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$$|(1 + i)(1 + 2i)(1 + 3i) \dots \dots (1 + ni)| = |x + iy|$$

$$|(1 + i)||1 + 2i||1 + 3i| \dots \dots |(1 + ni)| = |x + iy|$$

$$(\sqrt{1^2+1^2})(\sqrt{1^2+2^2})(\sqrt{1^2+3^2}) \dots \dots (\sqrt{1^2+n^2})$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(\sqrt{2})(\sqrt{5})(\sqrt{10}) \dots \dots (\sqrt{1^2+n^2}) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$2.5.10 \dots (1 + n^2) = x^2 + y^2$$

10. $6 - 8i$ மற்றும் $4 + 3i$ ன் வர்க்க மூலம் காண்க.

தீர்வு:

$$|6 - 8i| = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100}$$

$$|z| = 10$$

$$\sqrt{6 - 8i} = \pm \left(\sqrt{\frac{10+6}{2}} - i \sqrt{\frac{10-6}{2}} \right)$$

$$= \pm \left(\sqrt{\frac{16}{2}} - i \sqrt{\frac{4}{2}} \right)$$

$$= \pm (\sqrt{8} - i\sqrt{2})$$

$$= \pm (2\sqrt{2} - i\sqrt{2})$$

$$|4 + 3i| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25}$$

$$|z| = 5$$

$$\sqrt{4 + 3i} = \pm \left(\sqrt{\frac{5+4}{2}} + i \sqrt{\frac{5-4}{2}} \right)$$

$$= \pm \left(\sqrt{\frac{9}{2}} + i \sqrt{\frac{1}{2}} \right)$$

$$= \pm \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

செய்து பார்க்க :

$$-6 + 8i, -5 - 12i \text{ வர்க்க மூலம் காண்க.}$$

11. $z, iz, z+i$ மற்றும் $z+iz$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாக கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 50 ச.அ எனில் $|z|$ ன் மதிப்பு காண்க

$$\text{தீர்வு: முக்கோணத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} |z|^2 = 50$$

$$|z|^2 = 100 \Rightarrow |z| = 10$$

12. $|z| = 2$ எனில் $3 \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$ எனக்காட்டுக

தீர்வு:

$$||z| - |3 + 4i|| \leq |z + 3 + 4i| \leq |z| + |3 + 4i|$$

$$|2 - 5| \leq |z + 3 + 4i| \leq 2 + 5$$

$$|-3| \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$$

$$3 \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$$

செய்து பார்க்க :

$$|z| = 3 \text{ எனில் } 7 \leq |z + 6 - 8i| \leq 13 \text{ எனக்காட்டுக}$$

$$|z| = 2 \text{ எனில் } 8 \leq |z + 6 + 8i| \leq 12 \text{ எனக்காட்டுக}$$

$$|z| = 1 \text{ எனில் } 2 \leq |z^2 - 3| \leq 4 \text{ எனக்காட்டுக}$$

13. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ எனில் n ன் மதிப்பு காண்க

தீர்வு:

$$\frac{1+i}{1-i} = i$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = i^n = 1 \quad \text{சாத்தியமான } n \text{ ன் மதிப்புகள் } 4, 8, 12, \dots$$

13. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = -2i$ எனக்காட்டுக

தீர்வு:

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = i^3 - (-i)^3 = -i - i = -2i$$

14. சுருக்குக $(i)(1+i)^{18}$ (ii) $(-\sqrt{3} + 3i)^{31}$

தீர்வு:

$$(i) (1+i)^{18} = ((1+i)^2)^9 \\ = (2i)^9 \\ = 512i$$

$$(ii) (-\sqrt{3} + 3i)^{31} = \left[2\sqrt{3}\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)\right]^{31} \\ = (2\sqrt{3})^{31} \omega^{31} = (2\sqrt{3})^{31} \omega \\ = (2\sqrt{3})^{31} \left(\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$$

14. சுருக்குக $\left[\frac{1+\cos 2\theta + i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i\sin 2\theta}\right]^{30}$

தீர்வு: $\left[\frac{1+\cos 2\theta + i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i\sin 2\theta}\right] = \cos 2\theta + i\sin 2\theta$

$$\left[\frac{1+\cos 2\theta + i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i\sin 2\theta}\right]^{30} = (\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^{30} \\ = (\cos 60\theta + i\sin 60\theta)$$

15. $|z + i| = |z - 1|$ எனில் z ன் நியம்பாதை காண்க

தீர்வு:

$$|z + i| = |z - 1|$$

$$|x + iy + i| = |x + iy - 1|$$

$$|x + i(y + 1)| = |(x - 1) + iy|$$

$$\sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$$

$$x^2 + (y + 1)^2 = (x - 1)^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 + 2y + 1 = x^2 - 2x + 1 + y^2$$

$$2x + 2y = 0$$

$$x + y = 0$$

16. $3i + \frac{1}{2-i}$ ஐ செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு: $3i + \frac{1}{2-i} = -3i + \frac{2+i}{5} \quad \frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$

$$= \frac{2-14i}{5} = \frac{2}{5} - \frac{14i}{5}$$

17. மதிப்பிடுக $\left|\frac{i(2+i)^3}{(1+i)^2}\right|$

தீர்வு:

$$\left|\frac{i(2+i)^3}{(1+i)^2}\right| = \frac{1(\sqrt{2^2+1^2})^3}{(\sqrt{1^2+1^2})^2} = \frac{(\sqrt{5})^3}{(\sqrt{2})^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

18. $v = 3 - 4i$ மற்றும் $w = 4 + 3i$ மேலும் $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$ எனில் u ன்

மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: $\frac{1}{v} = \frac{1}{3-4i} = \frac{3+4i}{25}$ *hint:* $\frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{4+3i} = \frac{4-3i}{25}$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w} = \frac{7+i}{25}$$

$$u = \frac{25}{7+i} = \frac{25(7-i)}{50} = \frac{7}{2} - \frac{i}{2}$$

19. $|3z - 5 + i| = 4$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தை

குறிக்கிறது எனக்காட்டுக. மேலும் மையம், ஆரம் காண்க.

தீர்வு: $|3z - (5 - i)| = 4$

$$\left|z - \left(\frac{5}{3} - \frac{i}{3}\right)\right| = \frac{4}{3}$$

மையம் $\left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ ஆரம் $\frac{4}{3}$

குறிப்பு: $|z - z_0| = r$

செய்து பார்க்க

(i) $|z + 2 - i| < 2$, (ii) $|z - 2 - i| = 3$

(iii) $|2z + 2 - 4i| = 2$ (iv) $|3z - 6 + 12i| = 8$

20. $\omega \neq 1$ ஒன்றின் முப்படி மூலமெனில் $\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2} + \frac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2} = -1$ எனக்காட்டுக

தீர்வு: $\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2} \times \frac{\omega}{\omega} + \frac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2} \times \frac{\omega^2}{\omega^2}$

$$= \frac{\omega(a+b\omega+c\omega^2)}{a+b\omega+c\omega^2} + \frac{\omega^2(a+b\omega+c\omega^2)}{a+b\omega+c\omega^2}$$

$$\frac{a+b\omega+c\omega^2}{b+c\omega+a\omega^2} + \frac{a+b\omega+c\omega^2}{c+a\omega+b\omega^2} = \omega + \omega^2 = -1$$

21. ஒன்றின் நான்காம் படிமூலம் காண்க.

தீர்வு:

$$z^4 = 1$$

$$(z^2)^2 = 1$$

$$z^2 = \pm\sqrt{1}$$

$$z^2 = \pm 1$$

$$z^2 = 1 \quad z^2 = -1$$

$$z = \pm\sqrt{1} \quad z = \pm\sqrt{-1}$$

$$z = \pm 1 \quad z = \pm i$$

22. ஒன்றின் முப்படி மூலம் காண்க.

தீர்வு:

$$z^3 = 1$$

$$z^3 - 1 = 0$$

$$(z - 1)(z^2 + z + 1) = 0$$

$$z - 1 = 0 \quad z^2 + z + 1 = 0$$

$$z = 1 \quad z = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

23. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^5 = -\sqrt{3}$ எனக்காட்டுக

தீர்வு:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^5 = (-i\omega)^5 + (i\omega^2)^5 = -i\omega^2 + i\omega$$

$$= -i\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + i\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= -\sqrt{3}$$

22. மதிப்பிடுக $\sum_{k=1}^8 (\cos \frac{2k\pi}{9} + i\sin \frac{2k\pi}{9})$

தீர்வு:

$$\sum_{k=0}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i\sin \frac{2k\pi}{9}\right) = 0$$

$$1 + \sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i\sin \frac{2k\pi}{9}\right) = 0$$

$$\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i\sin \frac{2k\pi}{9}\right) = -1$$

23. $\omega \neq 1$ ஒன்றின் மூப்படி மூலம் எனில் பின்வருவனவற்றை சரிபார்

(i) $(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6 = 128$

(ii) $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4) \dots (1 + \omega^{2^{11}}) = 1$

தீர்வு:

(i) $(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6$
 $= (-\omega - \omega)^6 + (-\omega^2 - \omega^2)^6$
 $= (-2\omega)^6 + (-2\omega^2)^6$
 $= 64 + 64 = 128$

(ii) $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{2^{11}})$
 $= [(-\omega^2)(-\omega)][(-\omega^2)(-\omega)] \dots \text{upto 6 times}$
 $= 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

24. முக்கோண சமனிலி எழுதி நிரூபி

முக்கோண சமனிலி $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

நிரூபணம்:

$OA = |z_1|, OB = |z_2|, OC = |z_1 + z_2|$

ΔOAC ல், $OC < OA + AC$

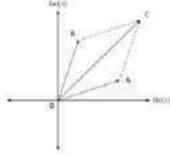
$|z_1 + z_2| < |z_1| + |z_2|$ ----- (1)

O, A, C ஒரு கோட்டில் அமைந்தால்

$|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ ----- (2)

(1), (2) இலிருந்து

$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$



12. தனிநிலைகணக்கியல்

முக்கிய குறிப்புகள்:

S ன் மீதான ஈருறுப்பு செயலி * என்க

i) அடைவுப் பண்பு : $\forall a, b \in S \Rightarrow a * b \in S$

ii) பரிமாற்றுப் பண்பு : $a * b = b * a, \forall a, b \in S$

iii) சேர்ப்புப் பண்பு :

$a * (b * c) = (a * b) * c, \forall a, b, c \in S$

iv) சமனிப் பண்பு : $a * e = e * a = a, e$ என்பது சமனி உறுப்பாகும், $e \in S, \forall a \in S$

v) எதிர்மறைப் பண்பு : a ன் எதிர்மறை a^{-1}

$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e, a^{-1} \in S$

1. கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றிருக்குமா எனச் சரிபார்க்க.

$m * n = m + n - mn, m, n \in \mathbb{Z}$

தீர்வு:

அடைவுப் பண்பு:

$m, n \in \mathbb{Z}, \text{ clearly } m + n - mn \in \mathbb{Z}$

\therefore அடைவுப் பண்பு உண்மை

சேர்ப்புப் பண்பு:

$(l * m) * n = l * (m * n)$

$(l * m) * n = l + m + n - lm - mn - nl + lmn$
 $= l * (m * n)$

\therefore சேர்ப்புப் பண்பு

சமனிப் பண்பு:

$m * e = e * m = m$

$m + e - me = m$

$e = 0 \in \mathbb{Z}$

\therefore சமனிப் பண்பு உண்மை

எதிர்மறைப் பண்பு:

$m * m^{-1} = m^{-1} * m = e = 0$

$m^{-1} = \frac{-m}{1-m} \notin \mathbb{Z}$

\therefore எதிர்மறைப் பண்பு உண்மையல்ல

பரிமாற்றுப் பண்பு:

$m * n = n * m = m + n - mn = n + m - nm$

\therefore பரிமாற்றுப் பண்பு

2. கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளை சரிபார்க்க. $x * y = x + y - xy, \forall x, y \in Q \setminus \{1\}$.

தீர்வு:

அடைவுப் பண்பு:

$x, y \in Q \setminus \{1\}, x \neq 1, y \neq 1$

$\Rightarrow x + y - xy \neq 1$

$x * y \in Q \setminus \{1\} \therefore$ அடைவுப் பண்பு உண்மை

சேர்ப்புப் பண்பு:

$(x * y) * z = x * (y * z)$

\therefore சேர்ப்புப் பண்பு உண்மை

சமனிப் பண்பு:

$x * e = e * x = x$

$e = 0 \in Q \setminus \{1\}$

\therefore சமனிப் பண்பு உண்மை

எதிர்மறைப் பண்பு:

$x * x^{-1} = x^{-1} * x = e = 0$

$x^{-1} = \frac{-x}{1-x} \in Q \setminus \{1\}$

\therefore எதிர்மறைப் பண்பு உண்மை

பரிமாற்றுப் பண்பு:

$x * y = x + y - xy = y + x - yx = y * x$

\therefore பரிமாற்றுப் பண்பு உண்மை

3. கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

$M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in R - \{0\} \right\}$. இங்கு * என்பது அணிப்பெருக்களை குறிக்கிறது

தீர்வு:

அடைவுப் பண்பு:

$$\text{Let, } A = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} \quad \therefore x, y \neq 0 \Rightarrow 2xy \neq 0 \quad AB = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix} \in M$$

∴ அடைவுப் பண்பு உண்மை

பரிமாற்றுப் பண்பு :

$$AB = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} 2yx & 2yx \\ 2yx & 2yx \end{pmatrix}$$

$$AB = BA$$

∴ பரிமாற்றுப் பண்பு உண்மை.

சேர்ப்புப் பண்பு:

அணிப்பெருக்கல் சேர்ப்பு பண்பிற்கு உட்பட்டது எனவே சேர்ப்பு பண்பு உண்மை

சமனிப் பண்பு: $A * E = E * A = A$

$$\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & e \\ e & e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$

$$2ex = x$$

$$e = \frac{1}{2} \therefore E = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M$$

∴ சமனிப் பண்பு உண்மை

எதிர்மறைப் பண்பு:

$$A * A^{-1} = A^{-1} * A = E = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2ax = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4x}$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix} \in M$$

∴ எதிர்மறைப் பண்பு உண்மை

4. மட்டு 11ஐப் பொருத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ -இன் உட்கணம் $A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ -ன் மீது \times_{11} என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

\times_{11}	1	3	4	5	9
1	1	3	4	5	9
3	3	9	1	4	5
4	4	1	5	9	3
5	5	4	9	3	1
9	9	5	3	1	4

அடைவுப் பண்பு:

அட்டவணியிலிருந்து அடைவுப் பண்பு உண்மை.

பரிமாற்றுப் பண்பு:

அட்டவணியிலிருந்து பரிமாற்றுப் பண்பு உண்மை.

சேர்ப்புப் பண்பு:

\times_{11} சேர்ப்பு பண்பிற்கு உட்பட்டது எனவே சேர்ப்பு விதி உண்மை.

சமனி பண்பு:

சமனி உறுப்பு $1 \in A$ ∴ சமனிப்பண்பு உண்மை

எதிர்மறை பண்பு:

1,3,4,5 மற்றும் 9 ன் எதிர்மறை உறுப்புகள் முறையே 1,4,3,9 மற்றும் 5 ஆகும்.

∴ எதிர்மறை பண்பு உண்மை

5. மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணியைப் பயன்படுத்தி கணம் \mathbb{Z}_5 -

ன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.

$+_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

தீர்வு:

$$\mathbb{Z}_5 = \{0,1,2,3,4\}$$

அடைவுப் பண்பு:

அட்டவணியிலிருந்து அடைவுப் பண்பு உண்மை.

பரிமாற்றுப் பண்பு:

அட்டவணியிலிருந்து பரிமாற்றுப் பண்பு உண்மை.

சேர்ப்புப் பண்பு:

$+_5$ சேர்ப்பு பண்பிற்கு உட்பட்டது எனவே சேர்ப்பு விதி உண்மை.

சமனி பண்பு:

சமனி உறுப்பு $0 \in \mathbb{Z}_5$ ∴ சமனிப்பண்பு உண்மை

எதிர்மறை பண்பு:

0,1,2,3 மற்றும் 4 ன் எதிர்மறை உறுப்புகள் முறையே 0,4,3,2 மற்றும் 1 ஆகும்.

∴ எதிர்மறை பண்பு உண்மை

6. கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்பரும்

(i) அடைவுப் (ii) பரிமாற்றுப் (iii) சேர்ப்புப் (iv) சமனி

(v) எதிர்மறை பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றிருக்குமா எனச்

$$\text{சரிபார்க்க. } a * b = \frac{a+b}{2} \quad \forall a, b \in Q$$

தீர்வு:

அடைவுப் பண்பு:

$$a, b \in Q \text{ எனில் } \Rightarrow \frac{a+b}{2} \in Q$$

∴ அடைவுப் பண்பு உண்மை

சேர்ப்புப் பண்பு:

$$(a * b) * c = \frac{a+b+2c}{4}$$

$$a * (b * c) = \frac{2a+b+c}{4}$$

$$(a * b) * c \neq a * (b * c)$$

∴ சேர்ப்புப் பண்பு உண்மையில்லை

சமனிப் பண்பு:

$$a * e = e * a = a$$

$$a * e = a$$

$$\frac{a+e}{2} = a$$

$$e = a$$

ஒருமைத்தன்மையை பூர்த்தி செய்யவில்லை

∴ சமனிப்பண்பு உண்மையில்லை

எதிர்மறைப்பண்பு:

∴ எதிர்மறைப்பண்பு உண்மையில்லை

பரிமாற்றுப்பண்பு:

$$a * b = b * a = \frac{a+b}{2}$$

∴ பரிமாற்றுப்பண்பு உண்மை

1. ஒரு இயற்கணித அமைப்பில் சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது

தீர்வு

e_1 மற்றும் e_2 என்பன சமனி உறுப்புகள் என்க

$$a * e_1 = e_1 * a = a \quad \forall a \in S$$

$$a * e_2 = e_2 * a = a \quad \forall a \in S$$

$$a * e_1 = a * e_2$$

$$\therefore e_1 = e_2$$

2. ஒரு இயற்கணித அமைப்பில் எதிர்மறை உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது

தீர்வு:

a_1 மற்றும் a_2 என்பன A ன் சமனி உறுப்புகள் என்க

$$a * a_1 = a_1 * a = e \quad \forall a \in S$$

$$a * a_2 = a_2 * a = e \quad \forall a \in S$$

$$a * a_1 = a * a_2$$

$$a_1 = a_2$$

3. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே

வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A \vee B$ மற்றும் $A \wedge B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A \vee B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \wedge B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{செய்து பார்க்க} : A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ ஆகிய மூன்றும் ஒரே}$$

வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், (i) $A \vee B$ (ii) $A \wedge B$ (iii) $(A \vee B) \wedge C$ (iv) $(A \wedge B) \vee C$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

மெய் அட்டவணை விதிகள்:

$$p, q \Rightarrow 2^2 = 4$$

$$p, q, r \Rightarrow 2^3 = 8$$

$p \wedge q - TT - T$ மற்றவை F

$p \vee q - FF - F$ மற்றவை T

$p \rightarrow q - TF - F$ மற்றவை T

$p \leftrightarrow q - \begin{cases} TT - T \\ FF - T \end{cases}$ மற்றவை F

4. $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ எனக் காட்டுக

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

5. $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)$ எனக் காட்டுக

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg q \wedge \neg p$	$(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)$
T	T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	F	T	T

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)$$

6. $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ எனக் காட்டுக

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	F	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$ எனக் காட்டுக

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F	T

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

8. மெய்யட்டவணையை பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ சமானமானவை எனக் காட்டுக.

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$
T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	F	T	T
F	F	T	F	T	F	T

$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ சமானமானவை.

9. $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

10. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ சமானமற்றவை எனக் காட்டுக

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

$p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ சமானமற்றவை

11. $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக

P	q	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

$q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$

12. $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்ற கூட்டு கூற்று மெய்மை அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதை சரிபார்.

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ மெய்மையாகும்.

13. $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$ மெய் அட்டவணை அமைக்க

p	q	$p \vee q$	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$
T	T	T	F	T	T
T	F	T	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	F	T	T	F

14. மெய் அட்டவணையை பயன்படுத்தாமல்

$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$ என்பதை சரிபார்

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு: } p \rightarrow (q \rightarrow r) &\equiv \neg p \vee (q \rightarrow r) \\ &\equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \\ &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r \\ &\equiv \neg(p \wedge q) \vee r \\ &\equiv (p \wedge q) \rightarrow r \\ p \rightarrow (q \rightarrow r) &\equiv (p \wedge q) \rightarrow r \end{aligned}$$

15. மெய் அட்டவணையை பயன்படுத்தாமல்

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ என்பதை சரிபார்

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு: } p \leftrightarrow q &\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\ &\equiv (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \\ &\equiv (\neg p \wedge (p \vee \neg q)) \vee (q \wedge (p \vee \neg q)) \\ &\equiv [(\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)] \vee [(q \wedge p) \vee (q \wedge \neg q)] \\ &\equiv [F \vee (\neg p \wedge \neg q)] \vee [(q \wedge p) \vee F] \\ &\equiv (q \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \end{aligned}$$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

16. மெய் அட்டவணையை பயன்படுத்தாமல்

$p \rightarrow (q \rightarrow p)$ ஆனது மெய்மை அல்லது முரண்பாடு என்பதை சரிபார்.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு: } p \rightarrow (q \rightarrow p) &\equiv \neg p \vee (q \rightarrow p) \\ &\equiv \neg p \vee (\neg q \vee p) \\ &\equiv \neg p \vee (p \vee \neg q) \\ &\equiv (\neg p \vee p) \vee \neg q \\ &\equiv T \vee \neg q \\ &\equiv T \therefore p \rightarrow (q \rightarrow p) \text{ மெய்மை} \end{aligned}$$

8. வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகையீடுகள்

முக்கிய குறிப்புகள்:

நேரியல் தோராய மதிப்பு:

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம் : } x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

$$p \frac{d}{dx} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

1. $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x \geq -1$ என்ற சார்பிற்கு நேரியல் தோராய

மதிப்பை $x_0 = 3$ -இல் காண்க. இதைப் பயன்படுத்தி $f(3.2)$ -ஐ மதிப்பிடுக.

தீர்வு: $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x_0 = 3$, $\Delta x = 0.2$

$$f(3) = \sqrt{1+3} = 2.$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{1+3}} = \frac{1}{4}$$

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$= 2 + \frac{1}{4}(x - 3) = \frac{x}{4} + \frac{5}{4}$$

$$f(3.2) = \sqrt{4.2} \cong L(3.2) = \frac{3.2}{4} + \frac{5}{4} = 2.050$$

2. $\sqrt{9.2}$ நேரியல் தோராய மதிப்பை காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 9, \Delta x = 0.2$$

$$f(9) = 3,$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{(2 \times 3)} = \frac{1}{6}$$

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\sqrt{9.2} = f(9) + f'(9)(x - 9)$$

$$= 3 + \frac{1}{6}(9.2 - 9) = 3 + \frac{0.2}{6} = 3.0333$$

3. $u = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ எனக்காட்டுக.

$$\text{தீர்வு} \quad u = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$$

$$f = \sin u = \left(\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$$

$$\text{படி} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

$$n = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\therefore f(x, y)$ ஆனது சம்படித்தான சார்பு மேலும் படியானது

$$n = \frac{1}{2}$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம்,} \quad x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

$$x \frac{\partial}{\partial x} (\sin u) + y \frac{\partial}{\partial y} (\sin u) = \frac{1}{2} \sin u$$

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$$

4. $u(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ எனக்காட்டுக.

தீர்வு

$$u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x + y}}$$

$$\text{படி} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

$$n = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$\therefore u(x, y)$ ஆனது சம்படித்தான சார்பு மேலும் படியானது

$$n = \frac{3}{2}$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம்,} \quad x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$$

5. $v(x, y) = \log\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ எனில், $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என சரிபார்

தீர்வு

$$v(x, y) = \log\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$$

$$f = e^v = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$$

$$\text{படி} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

$$n = 2 - 1 = 1$$

$\therefore f(x, y)$ ஆனது சம்படித்தான சார்பு மேலும் படியானது

$$n = 1$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம்,} \quad x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

$$x \frac{\partial e^v}{\partial x} + y \frac{\partial e^v}{\partial y} = (1)e^v$$

$$x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$$

6. $w(x, y, z) = \log\left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2}\right)$ எனில்,

$$x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} \text{ ன் மதிப்பு காண்க}$$

தீர்வு

$$w(x, y, z) = \log\left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2}\right)$$

$$f = e^w = \left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2}\right)$$

$$\text{படி} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

$$n = 7 - 2 = 5$$

$\therefore f(x, y, z)$ ஆனது சம்படித்தான சார்பு மேலும் படியானது

$$n = 5$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம்,} \quad x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = nf$$

$$x \frac{\partial e^w}{\partial x} + y \frac{\partial e^w}{\partial y} + z \frac{\partial e^w}{\partial z} = (5)e^w$$

$$x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 5$$

7. $g(x, y) = x \log\left(\frac{y}{x}\right)$ சம்படித்தான சார்பு என காட்டுக

மேலும் g க்கு ஆய்லர் தேற்றத்தை சரிபார்

தீர்வு

$$g(x, y) = x \log\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{படி} = n = \text{தொ. படி} - \text{ப. படி}$$

$$n = 2 - 1 = 1$$

$\therefore f(x, y)$ ஆனது சம்படித்தான சார்பு மேலும் படியானது

$$n = 1$$

$$\text{ஆய்லர் தேற்றம்,} \quad x \frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial g}{\partial y} = 1g$$

$$\text{LHS} = x \frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial g}{\partial y} = x \frac{\partial}{\partial x} \left(x \log \frac{y}{x}\right) + y \frac{\partial}{\partial y} \left(x \log \frac{y}{x}\right)$$

$$= x \log \frac{y}{x} = g \quad x \frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial g}{\partial y} = 1g$$

3. சமன்பாட்டியல்

- ❖ $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
- ❖ கெழுக்களின் கூடுதல் = 0
 $\Rightarrow x = 1$ ஓர் மூலமாகும்
- ❖ கெழுக்களின் கூடுதல் $a + c = b + d$
 $\Rightarrow x = -1$ ஓர் மூலமாகும்
- ❖ மற்றபடி $x = 2$ (அ) 3 ஐ செய்து பார்

1. தீர்க்க $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$

தீர்வு:

$$x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 10\left(x + \frac{1}{x}\right) + 26 = 0$$

$$y^2 - 2 - 10y + 26 = 0$$

$$y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$(y - 6)(y - 4) = 0$$

$$y = 6, y = 4$$

நிலை(i) $x + \frac{1}{x} = 6$ $\frac{x^2+1}{x} = 6$ $x^2 + 1 = 6x$ $x^2 - 6x + 1 = 0$ $= 3 \pm 2\sqrt{2}$	நிலை(ii) $x + \frac{1}{x} = 4$ $\frac{x^2+1}{x} = 4$ $x^2 + 1 = 4x$ $x^2 - 4x + 1 = 0$ $= 2 \pm \sqrt{3}$
---	---

மூலங்கள் $3 \pm 2\sqrt{2}, 2 \pm \sqrt{3}$

2. தீர்க்க $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$

தீர்வு:

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$

மூலங்கள் $2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

3. $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $\frac{1}{3}$

எனில் சமன்பாட்டை தீர்க்க. M-23

தீர்வு:

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$6x^2 + 15x + 6 = 0$$

$$\left(x + \frac{12}{6}\right)\left(x + \frac{3}{6}\right) = 0$$

$$(x + 2)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$x = -2, -\frac{1}{2}$$

மூலங்கள் $\frac{1}{3}, 3, -2, -\frac{1}{2}$

$$2 \left| \begin{array}{cccccc} 6 & -35 & 62 & -35 & 6 & \\ 0 & 12 & -46 & 32 & -6 & \\ 3 & 6 & -23 & 16 & -3 & 0 \\ 0 & 18 & -15 & 3 & & \\ 6 & -5 & 1 & 0 & & \end{array} \right|$$

$$\frac{1}{3} \left| \begin{array}{cccccc} 6 & -5 & -38 & -5 & 6 & \\ 0 & 2 & -1 & -13 & -6 & \\ 3 & 6 & -3 & -39 & -18 & 0 \\ 0 & 18 & 45 & 18 & & \\ 6 & 15 & 6 & 0 & & \end{array} \right|$$

4. தீர்க்க $x^4 + 3x^3 - 3x - 1 = 0$

தீர்வு:

$$1 \left| \begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 0 & -3 & -1 & \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 1 & \\ -1 & 1 & 4 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & & \\ 1 & 3 & 1 & 0 & & \end{array} \right|$$

குறைக்கப்பட்ட

சமன்பாடு

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}, x = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$$

மூலங்கள் $1, -1, \frac{-3+\sqrt{5}}{2}, \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$

5. $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$

என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் $2 + i, 3 - \sqrt{2}$

மற்ற மூலங்கள் $2 - i, 3 + \sqrt{2}$

விடுபட்ட மூலங்கள் a மற்றும் b என்க.

மூ.கூ: $2 + i + 3 - \sqrt{2} + 2 - i + 3 + \sqrt{2} + a + b = 13$

$$10 + a + b = 13$$

$$a + b = 3$$

மூ.பெ: $(2 + i)(2 - i)(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})ab = -140$

$$5(7)ab = -140$$

$$ab = \frac{-140}{35} = -4$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4, x = -1$$

மூலங்கள்: $2 \pm i, 3 \pm \sqrt{2}, 4, -1$

6. $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் இரு பூஜ்ஜியமாக்கிகள்

$1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ எனில் மற்ற பூஜ்ஜியமாக்கிகளை காண்க.

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் $1 + 2i, \sqrt{3}$

மற்ற மூலங்கள் $1 - 2i, -\sqrt{3}$

விடுபட்ட மூலங்கள் a மற்றும் b என்க.

மூ.கூ $1 + 2i + \sqrt{3} + 1 - 2i + (-\sqrt{3}) + a + b = 3$

$$a + b = 1$$

மூ.பெ $(1 + 2i)(1 - 2i)(\sqrt{3})(-\sqrt{3})ab = 135$

$$5(-3)ab = 135$$

$$ab = \frac{135}{-15} = -9$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு $x^2 - x - 9 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times -9}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

7. $3x^3 - 16x^2 + 23x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் இரு மூலங்களின் பெருக்கல் 1 எனில் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

தீர்வு:

$$x^3 - \frac{16}{3}x^2 + \frac{23}{3}x - \frac{6}{3} = 0 \text{ ன் மூலங்கள் } a, b, c \text{ என்க}$$

$$abc = 2$$

$$c = 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 3 & -16 & 23 & -6 \\ & 0 & 6 & -20 & 6 \\ \hline & 3 & -10 & 3 & 0 \end{array}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\left(x - \frac{9}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0 \quad x = 3, \frac{1}{3}$$

$$\text{மூலங்கள் } 2, 3, \frac{1}{3}$$

8. $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின்

இரு மூலங்கள் 3:2 என்ற விகிதத்தில் அமைந்தால், சமன்பாட்டை தீர்க்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -9 & 14 & 24 \\ & 0 & -1 & 10 & -24 \\ \hline & 1 & -10 & 24 & 0 \end{array}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 6)(x - 4) = 0$$

$$x = 4, 6$$

மூலங்கள் -1, 4, 6

செய்து பார்க்க:

$$\text{தீர்க்க } 2x^3 + 11x^2 - 9x - 18 = 0 \quad J-23$$

$$9. \text{தீர்க்க } 2x^3 - 9x^2 + 10x = 3 \quad M-22$$

தீர்வு:

$$2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -9 & 10 & -3 \\ & 0 & 2 & -7 & 3 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 \end{array}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\left(x - \frac{6}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$x = 3, \frac{1}{2}$$

மூலங்கள் 1, 3, $\frac{1}{2}$

10. $2x^3 - x^2 - 18x + 9 = 0$ எனும் முப்படி பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டின் மூலங்களில் இரண்டின் கூடுதல் பூச்சியமெனில் சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

தீர்வு:

$$x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{18}{2}x + \frac{9}{2} = 0 \text{ ன் மூலங்கள் } a, b, c \text{ என்க}$$

$$a + b = 0$$

$$a + b + c = \frac{1}{2} \quad c = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & -1 & -18 & 9 \\ & 0 & 1 & 0 & -9 \\ \hline & 2 & 0 & -18 & 0 \end{array}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$2x^2 - 18 = 0$$

$$x = 3, x = -3$$

$$x = 3, -3$$

$$\text{மூலங்கள் } \frac{1}{2}, 3, -3$$

11. $9x^3 - 36x^2 + 44x - 16 = 0$ மூலங்கள் கூட்டுத்

தொடரில் அமைந்தவை எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

தீர்வு: $a - b, a, a + b$ மூலங்கள் என்க

$$x^3 - \frac{36}{9}x^2 + \frac{44}{9}x - \frac{16}{9} = 0 \quad a - \frac{4}{3} \begin{array}{r|rrrr} 9 & -36 & 44 & -16 \\ & 0 & 12 & -32 & 16 \\ \hline & 9 & -24 & 12 & 0 \end{array}$$

$$b + a + a + b = 4$$

$$a = \frac{4}{3}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$9x^2 - 24x + 12 = 0$$

$$\left(x - \frac{18}{9}\right)\left(x - \frac{6}{9}\right) = 0$$

$$x = 2, \frac{2}{3}$$

$$\text{மூலங்கள் } 2, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$$

12. $3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$ மூலங்கள் பெருக்குத்

தொடரில் அமைந்தவை எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

தீர்வு:

$$x^3 - \frac{26}{3}x^2 + \frac{52}{3}x - \frac{24}{3} = 0 \text{ ன் மூலங்கள் } ar, a, \frac{a}{r} \text{ என்க}$$

$$a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 3 & -26 & 52 & -24 \\ & 0 & 6 & -40 & 24 \\ \hline & 3 & -20 & 12 & 0 \end{array}$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$3x^2 - 20x + 12 = 0 \left(x - \frac{18}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$x = 6, \frac{2}{3}$$

$$\text{மூலங்கள் } 2, 6, \frac{2}{3}$$

13. $2x^3 - 6x^2 + 3x + k = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்ற இரு மூலங்களின் கூடுதலின் இரு மடங்கு எனில், k -ன் மதிப்பைக் காண்க. மேலும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

தீர்வு:

$x^3 - \frac{6}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{k}{2} = 0$ ன் மூலங்கள் a, b, c என்க

$$\begin{array}{l} \text{Given } a = 2(b + c) \\ a + b + c = 3 \\ 2a + 2b + 2c = 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \hline \begin{array}{cccc} 2 & -6 & 3 & k \\ 0 & 4 & -4 & -2 \\ \hline 2 & -2 & -1 & k-2 \end{array} \end{array}$$

$$3a = 6 \quad k - 2 = 0$$

$$a = 2 \quad k = 2$$

குறைக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{மூலங்கள் } 2, \frac{1 + \sqrt{3}}{2}, \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

14. தீர்க்க $(x - 2)(x - 7)(x - 3)(x + 2) + 19 = 0$

தீர்வு: $(x - 2)(x - 3)(x - 7)(x + 2) + 19 = 0$

$$(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x - 14) + 19 = 0$$

$x^2 - 5x = y$ என்க $(y + 6)(y - 14) + 19 = 0$

$$y^2 - 8y - 84 + 19 = 0$$

$$y^2 - 8y - 65 = 0$$

$$y = 13, \quad y = -5$$

நிலை (i) $y = 13$ $x^2 - 5x = 13$ $x^2 - 5x - 13 = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{77}}{2}$	நிலை (ii) $y = -5$ $x^2 - 5x = -5$ $x^2 - 5x + 5 = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$
---	--

15. தீர்க்க $(2x - 3)(6x - 1)(3x - 2)(x - 2) - 5 = 0$

தீர்வு: $(2x - 3)(3x - 2)(6x - 1)(x - 2) - 5 = 0$

$$(6x^2 - 13x + 6)(6x^2 - 13x + 2) - 5 = 0$$

$6x^2 - 13x = y$ என்க

$$(y + 6)(y + 2) - 5 = 0$$

$$y^2 + 8y + 7 = 0$$

$$y = -1, \quad y = -7$$

நிலை (i) $y = -1$ $6x^2 - 13x = -1$ $6x^2 - 13x + 1 = 0$ $= \frac{13 \pm \sqrt{145}}{12}$	நிலை (ii) $y = -7$ $6x^2 - 13x = -7$ $6x^2 - 13x + 7 = 0$ $x = 1, \frac{7}{6}$
--	---

16. தீர்க்க $(2x - 1)(x + 3)(x - 2)(2x + 3) + 20 = 0$

தீர்வு: $(2x - 1)(2x + 3)(x + 3)(x - 2) + 20 = 0$

$$(4x^2 + 4x - 3)(x^2 + x - 6) + 20 = 0$$

$x^2 + x = y$ என்க $(4y - 3)(y - 6) + 20 = 0$

$$4y^2 - 27y + 18 + 20 = 0$$

$$4y^2 - 27y + 38 = 0$$

$$y = \frac{19}{4}, \quad y = \frac{8}{4} = 2$$

நிலை (i) $y = \frac{19}{4}$ $x^2 + x = \frac{19}{4}$ $4x^2 + 4x - 19 = 0$ $= \frac{-1 \pm 2\sqrt{5}}{2}$	நிலை (ii) $y = 2$ $x^2 + x = 2$ $x^2 + x - 2 = 0$ $x = -2, \quad x = 1$
---	--

17. பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டை அமைக்க

(i) $2 + i\sqrt{3}$ (ii) $2i + 3$ (iii) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ (iv) $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

தீர்வு:

(i) $x = 2 + i\sqrt{3}$ $x - 2 = i\sqrt{3}$ $(x - 2)^2 = (i\sqrt{3})^2$ $x^2 - 4x + 4 = -3$ $x^2 - 4x + 7 = 0$	(ii) $x = 2i + 3$ $x - 3 = 2i$ $(x - 3)^2 = (2i)^2$ $x^2 - 6x + 9 = -4$ $x^2 - 6x + 13 = 0.$
(iii) $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ $x^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ $x^2 = 5 + 3 - 2\sqrt{15}$ $x^2 - 8 = -2\sqrt{15}$ $(x^2 - 8)^2 = (-2\sqrt{15})^2$ $x^4 - 16x^2 + 64 = 60.$ $x^4 - 16x^2 + 4 = 0$	(iv) $x = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$ $x^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $(x^2)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$ $x^4 = \frac{2}{3}$ $3x^4 = 2 \text{ Or } 3x^4 - 2 = 0$

முயற்சி செய் (v) $2 - \sqrt{3}$ M-22

18. மூலங்களின் தன்மையை ஆராய்க (i) $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2 = 0$

சார்பு	குறிகள்	மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை	மெய் மூலங்களின் எண்ணிக்கை
$f(x)$	+ + - - +	2	2 +Ve
$f(-x)$	- - - - +	1	1 -Ve

கற்பணை மூலங்களின் எண்ணிக்கை = $9 - 3 = 6$

(ii) $x^9 + 9x^7 + 7x^5 + 5x^3 + 3x = 0$ J-23

$$x(x^8 + 9x^6 + 7x^4 + 5x^2 + 3) = 0$$

$x = 0$ என்பது ஒர் மூலமாகும்

சார்பு	குறிகள்	மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை	மெய் மூலங்களின் எண்ணிக்கை
$f(x)$	+ + + + +	0	0 +Ve
$f(-x)$	- - - - -	0	0 -Ve

கற்பணை மூலங்களின் எண்ணிக்கை = $9 - 1 = 8$

(iii) $x^9 - 5x^8 - 14x^7 = 0 \Rightarrow x^7(x^2 - 5x - 14) = 0$

$x = 0$ என்ற மூலத்தின் எண்ணிக்கை 7

சார்பு	குறிகள்	மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை	மெய் மூலங்களின் எண்ணிக்கை
$f(x)$	+ - -	1	1 +Ve
$f(-x)$	- - +	1	1 -Ve

கற்பணை மூலங்களின் எண்ணிக்கை = $9 - 9 = 0$

19. கன சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிக்கும் போது கன சதுரபெட்டியின் கொள்ளளவை விட 52 க.அ அதிகமுள்ள கனச் செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவு காண்க. S-21

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு: } (x+1)(x+2)(x+3) - x^3 &= 52 \\ x^3 + 6x^2 + 11x + 6 - x^3 &= 52 \\ 6x^2 + 11x + 6 &= 52 \\ 6x^2 + 11x - 46 &= 0 \\ x &= \frac{12}{6}, x = \frac{-23}{6} \\ x &= 2, \quad x = \frac{-23}{6} \text{ (சாத்தியமற்றது)} \end{aligned}$$

∴ கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவு

$$(x+1)(x+2)(x+3) = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

20. முப்படி சமன்பாட்டை அமைக்க

(i) 1, 2 மற்றும் 3

$$\begin{aligned} (x-1)(x-2)(x-3) &= 0 \\ x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= 0 \end{aligned}$$

(ii) 1,1 மற்றும் -2

$$\begin{aligned} (x-1)(x-1)(x+2) &= 0 \\ x^3 - 0x^2 - 3x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

(iii) $2\frac{1}{2}$ மற்றும் 1.

$$\begin{aligned} (x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1) &= 0 \\ x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 1 &= 0 \\ 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

21. $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$, என்ற முப்படி சமன்பாட்டின் மூலங்கள்

α, β மற்றும் γ எனில்

$$(i) 2\alpha, 2\beta, 2\gamma \quad (ii) \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma} \quad (iii) -\alpha, -\beta, -\gamma$$

(iv) $\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}, \frac{\gamma}{2}$ மூலமாக கொண்ட சமன்பாட்டை அமைக்க

தீர்வு:

(i) $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$

$$\begin{aligned} 2^0 x^3 + 2^1 2x^2 + 2^2 3x + 2^3 4 &= 0 \\ x^3 + 4x^2 + 12x + 32 &= 0 \end{aligned}$$

(ii) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$

$$4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$$

(iii) $-\alpha, -\beta, -\gamma$

$$\begin{aligned} -x^3 + 2x^2 - 3x + 4 &= 0 \\ x^3 - 2x^2 + 3x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

(iv) $\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}, \frac{\gamma}{2}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^0 x^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 2x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 3x + \left(\frac{1}{2}\right)^3 4 &= 0 \\ x^3 + x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{4}{8} &= 0 \\ 8x^3 + 8x^2 + 6x + 4 &= 0 \end{aligned}$$

22. $2x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8 = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்

α, β, γ மற்றும் δ எனில், $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ மற்றும் $\alpha\beta\gamma\delta$ ஜ மூலங்களாக கொண்ட இரு படி சமன்பாட்டை காண்க.

தீர்வு: $2x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8 = 0$

$$x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 0x + \frac{8}{2} = 0$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = \frac{-5}{2} \quad \alpha\beta\gamma\delta = \frac{8}{2}$$

தேவையான சமன்பாடு $x^2 - (S.R)x + (P.R) = 0$

$$x^2 - \left(\frac{-5}{2} + \frac{8}{2}\right)x + \left(\frac{-5}{2} \times \frac{8}{2}\right) = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{40}{4} = 0$$

$$2x^2 - 3x - 20 = 0$$

23. $lx^2 + nx + n = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்

p மற்றும் q எனில் $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$ எனக்காட்டுக.

தீர்வு: $lx^2 + nx + n = 0$ M-23

$$p + q = -\frac{n}{l} \quad pq = \frac{n}{l} \Rightarrow \sqrt{pq} = \sqrt{\frac{n}{l}}$$

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = \frac{p+q}{\sqrt{pq}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = -\sqrt{\frac{n}{l}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$$

24. $x^2 + px + q = 0$ மற்றும் $x^2 + p'x + q' = 0$ ஆகிய இரு

சமன்பாடுகளுக்கும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின் அம் மூலம் $\frac{pq'-qp'}{q-q'}$ அல்லது $\frac{q-q'}{p-p'}$ எனக்காட்டுக.

தீர்வு: 'a' பொதுவான மூலம் என்க

$$a^2 + pa + q = 0 \quad \frac{\begin{vmatrix} p & q \\ p' & q' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} q & 1 \\ q' & 1 \end{vmatrix}} = \frac{a}{\begin{vmatrix} 1 & p \\ 1 & p' \end{vmatrix}}$$

$$a^2 + p'a + q' = 0 \quad \frac{a^2}{pq'-qp'} = \frac{a}{q-q'} = \frac{1}{p'-p}$$

$$\frac{a^2}{pq'-qp'} = \frac{a}{q-q'} \quad \frac{a}{q-q'} = \frac{1}{p'-p}$$

$$a = \frac{pq'-qp'}{q-q'} \quad (\text{or}) \quad a = \frac{q-q'}{p'-p}$$

25. $x^2 - 5x + 6 = 0$, ன் மூலங்கள் α, β எனில், $\alpha^2 - \beta^2$ ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: $\alpha + \beta = 5, \quad \alpha\beta = 6$ S-21

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 5^2 - 4(6) = 1$$

$$\alpha - \beta = \pm 1$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 5(\pm 1) = \pm 5$$

26. $x^2 + 5x + 6 = 0$, ன் மூலங்கள் α, β எனில்,

$\alpha^2 + \beta^2$ ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: $\alpha + \beta = -5, \quad \alpha\beta = 6$ J-22

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-5)^2 - 2(6) = 13$$

27. தீர்க்க

(i) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

(ii) $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$

தீர்வு:

(i) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ J-22	(ii) $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$
$x^2 = -1$ $x^2 = 4$	$x^2 = 9$ $x^2 = 5$
$x = \pm\sqrt{-1}$ $x = \pm 2$	$x = \pm 3$ $x = \pm\sqrt{5}$
$= \pm i$	

28. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ன் மூலங்கள் கூட்டுத்தொடர் முறையில் இருப்பதற்கான நிபந்தனையை காண்க. S-20

தீர்வு: மூலங்கள் $a - d, a, a + d$ என்க

மூலங்களின் கூடுதல் $a - d + a + a + d = -p$

$3a = -p$

$a = \frac{-p}{3}$

$(\frac{-p}{3})^3 + p(\frac{-p}{3})^2 + q(\frac{-p}{3}) + r = 0$

$-p^3 + 3p^3 - 9pq + r = 0$

$2p^3 + 27r = 9pq$

29. α, β , மற்றும் γ என்பவை $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ன் மூலங்கள்

எனில் $\sum \frac{1}{\beta\gamma}$ ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$\alpha + \beta + \gamma = -p; \quad \alpha\beta\gamma = -r$

$\sum \frac{1}{\beta\gamma} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-p}{-r} = \frac{p}{r}$

30. α மற்றும் β என்பவை $2x^2 - 7x + 13 = 0$ ன் மூலங்கள் எனில்

α^2 மற்றும் β^2 ஐ மூலமாகக் கொண்ட சமன்பட்டை காண்க. M-24

தீர்வு: $x^2 = y$ என்க $2y - 7\sqrt{y} + 13 = 0$

$2y + 13 = 7\sqrt{y}$

$(2y + 13)^2 = (7\sqrt{y})^2$

$4y^2 + 52y + 169 = 49y$

$4y^2 + 3y + 169 = 0$

$4x^2 + 3x + 169 = 0$

31. α மற்றும் β என்பவை $17x^2 + 43x - 73 = 0$ ன் மூலங்கள்

எனில் $\alpha+2$ மற்றும் $\beta+2$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட சமன்பட்டை காண்க

தீர்வு: மூலங்கள் 2 கூடினால் சமன்பட்டை -2 ஆல் வகுக்க

-2	17	43	-73
	0	-34	-18
	17	9	-91
	0	-34	
	17	-25	

தேவையான சமன்பாடு

$17x^2 - 25x - 91 = 0$

32. $2x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 3 = 0$ -ன் மூலங்களின் வர்க்கங்களின்

கூடுதல் காண்க.

தீர்வு: α, β, γ மற்றும் δ மூலங்கள் என்க

$x^4 - \frac{8}{2}x^3 + \frac{6}{2}x^2 - \frac{3}{2} = 0$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 4$

$\alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta = 3$

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = (\alpha + \beta + \gamma + \delta)^2 - 2(\alpha\beta + \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta + \gamma\delta)$
 $= (4)^2 - 2(3) = 10$

33. தீர்க்க : $8x^{\frac{3}{2n}} - 8x^{\frac{-3}{2n}} = 63$.

தீர்வு: $8x^{\frac{3}{2n}} - 8x^{\frac{-3}{2n}} = 63$

$\frac{3}{x^{\frac{3}{2n}}} - \frac{-3}{x^{\frac{3}{2n}}} = \frac{64 - 1}{8}$

$\frac{3}{x^{\frac{3}{2n}}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = 8 - \frac{1}{8}$

$x^{\frac{3}{2n}} = 8, \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = \frac{1}{8}$

$x = (2^3)^{\frac{2n}{3}} = 2^{2n} = 4^n$

34. தீர்க்க : $2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$.

தீர்வு: $2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$

$2\sqrt{\frac{x}{a}} = \frac{b}{a}$	$3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a}$
$\sqrt{\frac{x}{a}} = \frac{b}{2a}$	$\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{3a}$
$\frac{x}{a} = \frac{b^2}{4a^2}$	$\frac{a}{x} = \frac{b^2}{9a^2}$
$x = \frac{b^2}{4a}$	$x = \frac{9a^3}{b^2}$

35. $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ எனும் சமன்பட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.

தீர்வு: $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$

$(2^2)^x - 3(2^x 2^2) + 2^5 = 0$

$(2^x)^2 - 12(2^x) + 32 = 0$

$y = 2^x$ என்க

$y^2 - 12y + 32 = 0$

$(y - 8)(y - 4) = 0$

$y = 8, y = 4$

$2^x = 8 = 2^3, 2^x = 4 = 2^2$

$x = 3, x = 2$

4. நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

முக்கிய குறிப்புகள்:

$$\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right),$$

$$\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)$$

$$\cos^{-1}x + \cos^{-1}y = \cos^{-1}(xy - \sqrt{(1-x^2)}\sqrt{1-y^2})$$

1. d-ஐ பொது வித்தியாசமாகக் கொண்டு a_1, a_2, \dots, a_n ஒரு கூட்டுத் தொடர் எனில்,

$$\tan\left[\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_1a_2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_2a_3}\right) + \dots + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_na_{n-1}}\right)\right] =$$

$\frac{a_n - a_1}{1 + a_1 a_n}$ என நிறுவுக

தீர்வு:

$$\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_1a_2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_2 - a_1}{1+a_1a_2}\right) = \tan^{-1}a_2 - \tan^{-1}a_1$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_2a_3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_3 - a_2}{1+a_2a_3}\right) = \tan^{-1}a_3 - \tan^{-1}a_2$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_na_{n-1}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_n - a_{n-1}}{1+a_na_{n-1}}\right) = \tan^{-1}a_n - \tan^{-1}a_{n-1}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_1a_2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_2a_3}\right) + \dots + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_na_{n-1}}\right)$$

$$= \tan^{-1}a_n - \tan^{-1}a_1$$

$$\tan\left[\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_1a_2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_2a_3}\right) + \dots + \tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_na_{n-1}}\right)\right]$$

$$= \tan[\tan^{-1}a_n - \tan^{-1}a_1]$$

$$= \tan\left[\tan^{-1}\left(\frac{a_n - a_1}{1+a_1a_n}\right)\right] = \frac{a_n - a_1}{1+a_1a_n}$$

1) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$ எனக்காட்டுக.

இங்கு, $|x| < 1/\sqrt{3}$

தீர்வு: $\tan^{-1}x + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{x + \frac{2x}{1-x^2}}{1 - x\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)}\right) =$

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-x^3+2x}{1-x^2-2x^2}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$$

2) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\left(\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}\right)$

எனக்காட்டுக.

தீர்வு:

$$\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + \tan^{-1}(z)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + z}{1 - \left(\frac{x+y}{1-xy}\right)z}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{[x+y+z(1-xy)]/(1-xy)}{[1-xy-(xz+yz)]/(1-xy)}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}\right)$$

4) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi$ எனில் $x + y + z = xyz$

எனக்காட்டுக.

தீர்வு: $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + \tan^{-1}(z)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + z}{1 - \left(\frac{x+y}{1-xy}\right)z}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{[x+y+z(1-xy)]/(1-xy)}{[1-xy-(xz+yz)]/(1-xy)}\right)$$

$\tan^{-1}x +$

$$\tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \tan^{-1}\left(\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}\right) = \pi$$

$$\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx} = \tan\pi = 0$$

$$x + y + z - xyz = 0$$

$$x + y + z = xyz$$

3) $\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}x + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}(3x)$

என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை காண்க

தீர்வு:

$$\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}(3x) - \tan^{-1}(x)$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{(x-1)+(x+1)}{1-(x-1)(x+1)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3x-x}{1+3x(x)}\right)$$

$$\frac{2x}{1-(x^2-1)} = \frac{2x}{1+3x^2}$$

$$2x(1+3x^2) = 2x(2-x^2)$$

$$2x + 6x^3 = 4x - 2x^3$$

$$8x^3 - 2x = 0$$

\therefore சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கை 3

4) தீர்க்க $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

தீர்வு: $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$$\tan^{-1}\left(\frac{\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+1}{x+2}}{1 - \left(\frac{x-1}{x-2}\right)\left(\frac{x+1}{x+2}\right)}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{(x-1)(x+2) + (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2) - (x-1)(x+1)} = \tan\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{x^2 - x + 2x - 2 + x^2 + x - 2x - 2}{x^2 - 4 - (x^2 - 1)} = 1$$

$$\frac{2x^2 - 4}{x^2 - 4 - x^2 + 1} = 1$$

$$\frac{2x^2 - 4}{-3} = 1 \Rightarrow 2x^2 = -3 + 4$$

$$2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

6) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$, எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக்காட்டுக.

தீர்வு: $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$

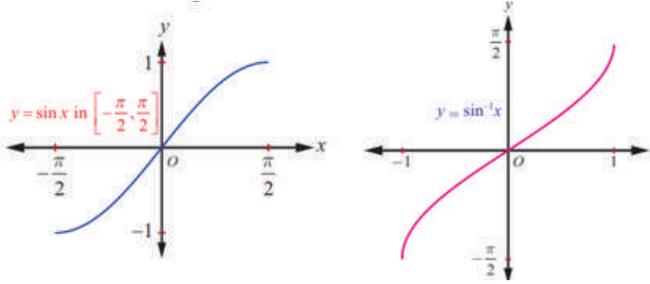
$$\cos^{-1} x + \cos^{-1} y = \pi - \cos^{-1} z$$

$$\cos^{-1}(xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}) = \cos^{-1}(-z)$$

$$-z = xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}$$

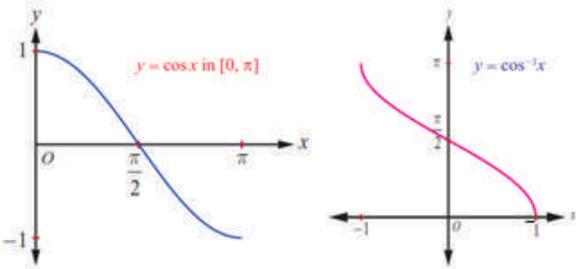
$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$

7) சார்பகம் $[0, \pi]$ ல் $\sin x$ மற்றும் சார்பகம் $[-1, 1]$ ல் $\sin^{-1} x$



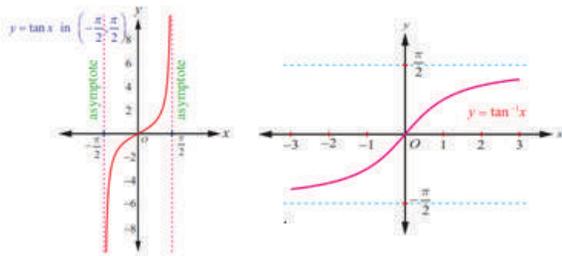
சார்பகம்: $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ சார்பகம்: $[-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

8) சார்பகம் $[0, \pi]$ ல் $\cos x$ மற்றும் சார்பகம் $[-1, 1]$ ல் $\cos^{-1} x$ வளைவரை வரைக



சார்பகம்: $[0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ சார்பகம்: $[-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$

9) சார்பகம் $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ல் $\tan x$ மற்றும் சார்பகம் R ல் $\tan^{-1} x$ வளைவரை வரைக



சார்பகம்: $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow R$ சார்பகம்: $R \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

9. தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1 மதிப்பிடுக $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

தீர்வு: $f(x) = x \cos x$

$f(-x) = -f(x) f(x)$ ஒர் ஒற்றை சார்பு

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = 0$$

2. மதிப்பிடுக $\int_{-5}^5 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$

தீர்வு: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

$f(-x) = -f(x) f(x)$ ஒர் ஒற்றை சார்பு

$$\int_{-5}^5 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx = 0$$

3 மதிப்பிடுக $\int_{-5}^5 x \cos\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right) dx$

தீர்வு: $f(x) = x \cos\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)$

$f(-x) = -f(x) f(x)$ ஒர் ஒற்றை சார்பு

$$\int_{-5}^5 x \cos\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right) dx = 0$$

4. மதிப்பிடுக $\int_{-\log 2}^{\log 2} e^{-|x|} dx$

தீர்வு: $f(x) = e^{-|x|} f(x)$ ஒர் இரட்டை சார்பு

$$\begin{aligned} \int_{-\log 2}^{\log 2} e^{-|x|} dx &= 2 \int_0^{\log 2} e^{-x} dx \\ &= 2(-e^{-x})_0^{\log 2} \\ &= -2(e^{-\log 2} - e^{-0}) \\ &= -2\left(\frac{1}{2} - 1\right) \\ &= 1 \end{aligned}$$

5. மதிப்பிடுக $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} dx$

தீர்வு: $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} dx \dots \dots \dots (1)$

$I = \int_0^1 \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} + \sqrt{x}} dx \dots \dots \dots (2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2I = \int_0^1 \frac{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x} + \sqrt{x}} dx$

$$= \int_0^1 (1) dx$$

$$2I = (x)_0^1 = 1$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} dx = \frac{1}{2}$$

6. மதிப்பிடுக $\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{5-x}} dx$

தீர்வு: $I = \int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{5-x}} dx \dots\dots\dots(1)$

$I = \int_2^3 \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{5-x}+\sqrt{x}} dx \dots\dots\dots(2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2I = \int_2^3 \frac{\sqrt{5-x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{5-x}} dx$

$= \int_2^3 (1) dx$

$= (x)_2^3$

$= 3 - 2$

$= 1 \Rightarrow I = \frac{1}{2}$

$\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{5-x}} dx = \frac{1}{2}$

7. மதிப்பிடுக $\int_0^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx$ M-22

தீர்வு: $I = \int_0^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx \dots\dots\dots(1)$

$I = \int_0^a \frac{f(a-x)}{f(a-x)+f(x)} dx \dots\dots\dots(2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2I = \int_0^a \frac{f(x)+f(a-x)}{f(x)+f(a-x)} dx$

$2I = \int_0^a (1) dx$

$2I = (x)_0^a$

$\Rightarrow 2I = a - 0 \Rightarrow I = \frac{a}{2}$

$\int_0^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx = \frac{a}{2}$

8. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x)+f(\cos x)} dx$ M-20

தீர்வு: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x)+f(\cos x)} dx \dots\dots\dots(1)$

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\cos x)}{f(\cos x)+f(\sin x)} dx \dots\dots\dots(2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)+f(\cos x)}{f(\sin x)+f(\cos x)} dx$

$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1) dx$

$2I = (x)_0^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow 2I = \frac{\pi}{2} - 0 \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x)+f(\cos x)} dx = \frac{\pi}{4}$

9. மதிப்பிடுக $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{1}{1+\tan x} dx$ M-24

தீர்வு:

$I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{1}{1+\sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}} dx = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}} dx \dots\dots\dots(1)$

$I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}} dx \dots\dots\dots(2)$

$(1)+(2) \Rightarrow 2I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}} dx$

$2I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} (1) dx$

$2I = (x)_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \quad 2I = \frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{8}$

$2I = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow I = \frac{\pi}{8}$

10. மதிப்பிடுக $\int_0^1 |5x - 3| dx$

தீர்வு:

$\int_{-4}^4 |x + 3| dx = \int_0^{\frac{3}{5}} (-5x + 3) dx + \int_{\frac{3}{5}}^1 (5x - 3) dx$

$= [-\frac{5x^2}{2} + 3x]_0^{\frac{3}{5}} + [\frac{5x^2}{2} - 3x]_{\frac{3}{5}}^1$

$= [(-\frac{9}{10} + \frac{9}{5}) - (0)] + [(\frac{5}{2} - 3) - (\frac{9}{10} - \frac{9}{5})]$

$= \frac{9}{5} - \frac{1}{2} + \frac{9}{5}$

$= \frac{9}{5} - \frac{1}{2}$

$= \frac{18 - 5}{10}$

$= \frac{13}{10}$

11. மதிப்பிடுக $\int_{-4}^4 |x + 3| dx$

தீர்வு:

$\int_{-4}^4 |x + 3| dx = \int_{-4}^{-3} (-x - 3) dx + \int_{-3}^4 (x + 3) dx$

$= [-\frac{x^2}{2} - 3x]_{-4}^{-3} + [\frac{x^2}{2} + 3x]_{-3}^4$

$= [(-\frac{9}{2} + 9) - (-\frac{16}{2} + 12)] + [(\frac{16}{2} + 12) - (\frac{9}{2} - 9)]$

$= \frac{9}{2} - 4 + 20 + \frac{9}{2}$

$= 25$

12. மதிப்பிடுக

(i) $\int xe^x dx$

தீர்வு: $\int xe^x dx = xe^x - e^x + c$

$= e^x(x - 1) + c$

(ii) $\int_0^1 xe^x dx = 1$

$\int_0^1 xe^x dx = [e^x(x - 1)]_0^1$
 $= 0 - (-1) = 1$

13. மதிப்பிடுக $\int x^3 e^x dx$

தீர்வு:

$$\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + c$$

$$= e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$$

14. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx$ M-24

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx = \frac{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}{10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{63\pi}{512}$$

15. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx = \frac{8 \times 6 \times 4 \times 2}{9 \times 7 \times 5 \times 3} = \frac{128}{315}$$

16. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^4 x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^4 x dx = \frac{5 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1}{10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{512}$$

17. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos^4 x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos^4 x dx = \frac{4 \times 2 \times 3 \times 1}{9 \times 7 \times 5 \times 3} = \frac{8}{315}$$

18. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^5 x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^5 x dx = \frac{2 \times 4 \times 2}{8 \times 6 \times 4 \times 2} = \frac{1}{24}$$

19. மதிப்பிடுக $\int_0^{2\pi} \sin^7 \frac{x}{4} dx$

$$\int_0^{2\pi} \sin^7 \frac{x}{4} dx = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx$$

$$= 4 \left[\frac{6 \times 4 \times 2}{7 \times 5 \times 3} \right] = \frac{64}{35}$$

20. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 2x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^6 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{5 \times 3 \times 1}{6 \times 4 \times 2} \times \frac{\pi}{2} \right] = \frac{5\pi}{64}$$

21. மதிப்பிடுக $\int_0^1 x^3 (1-x)^4 dx$

$$\int_0^1 x^3 (1-x)^4 dx = \frac{3! \times 4!}{(3+4+1)!} = \frac{3! \times 4!}{8!} = \frac{1}{280}$$

22. மதிப்பிடுக $\int_0^1 x^5 (1-x^2)^5 dx$

$$\int_0^1 x^5 (1-x^2)^5 dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (x^2)^2 (1-x^2)^5 d(x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2! \times 5!}{8!} \right] = \frac{1}{336}$$

23. மதிப்பிடுக $\int_0^{\infty} x^5 e^{-3x} dx$ J-23

$$\int_0^{\infty} x^5 e^{-3x} dx = \frac{5!}{3^{5+1}} = \frac{5!}{3^6}$$

24. மதிப்பிடுக $\int_b^{\infty} \frac{1}{a^2+x^2} dx$ M-23

$$\int_b^{\infty} \frac{1}{a^2+x^2} dx = \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \right]_b^{\infty}$$

$$= \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{\infty}{a} \right] - \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]$$

$$= \frac{1}{a} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]$$

25. $y = \sin x$ என்ற வளைவரை, x -அச்சு, கோடுகள் $x = 0$ மற்றும் $x = 2\pi$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \int_0^{2\pi} y dx$$

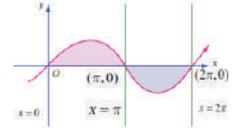
$$= 2 \int_0^{\pi} y dx$$

$$= 2 \int_0^{\pi} \sin x dx$$

$$= 2(-\cos x)_0^{\pi}$$

$$= 2(1+1)$$

$$= 4$$



26. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க. J-22

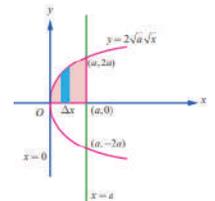
தீர்வு: $y^2 = 4ax \Rightarrow y = 2\sqrt{a}\sqrt{x}$

$$A = 2 \int_0^a y dx$$

$$= 2 \int_0^a 2\sqrt{a}\sqrt{x} dx$$

$$= 4\sqrt{a} \left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right)_0^a$$

$$= \frac{8\sqrt{a} \times a^{\frac{3}{2}}}{3}$$

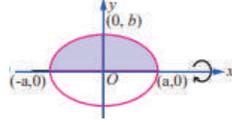


$$= \frac{8a^2}{3}$$

27. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$ என்ற அலைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பினை நெட்டச்சைப் பொருத்துச் சுழற்றினால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு: $V = \pi \int_{-a}^a y^2 dx$

$$\begin{aligned} &= \pi \int_{-a}^a \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) dx \\ &= 2\pi \frac{b^2}{a^2} \left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^a \\ &= 2\pi \frac{b^2}{a^2} \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 2\pi \frac{b^2}{a^2} \left(\frac{2a^3}{3} \right) \\ &= \frac{4\pi ab^3}{3} \end{aligned}$$

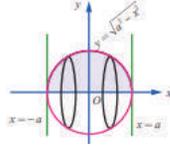


28. ஆரம் a உடைய கோளத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு: $V = \pi \int_{-a}^a y^2 dx$

$$= \pi \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx$$

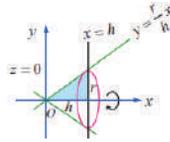
$$\begin{aligned} &= 2\pi \left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^a \\ &= 2\pi \left(a^3 - \frac{a^3}{3} \right) \\ &= 2\pi \left(\frac{2a^3}{3} \right) = \frac{4\pi a^3}{3} \end{aligned}$$



29. ஆரம் r மற்றும் உயரம் h உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு: $V = \pi \int_{-a}^a y^2 dx$

$$\begin{aligned} &= \pi \int_0^h \left(\frac{r}{h} x \right)^2 dx \\ &= \pi \left(\frac{r}{h} \right)^2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^h \\ &= \pi \frac{r^2}{h^2} \left(\frac{h^3}{3} \right) \\ &= \pi \left(\frac{r^2 h}{3} \right) \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \end{aligned}$$



10. சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மும்மடங்காகிறது எனில் 10 மணி நேர முடிவில்

பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்? M-24

தீர்வு: $\frac{dA}{dt} \propto A$

$$A = Ce^{kt} \dots \dots \dots (1)$$

$$A_0 = C$$

$$\therefore A = A_0 e^{kt} \dots \dots \dots (2)$$

$$3A_0 = A_0 e^{5k}$$

$$3 = e^{5k} \dots \dots \dots (3)$$

$$A = A_0 e^{10k}$$

$$A = A_0 (e^{5k})^2$$

$$A = A_0 (3)^2$$

$$A = 9A_0$$

t	A
0	A_0
5	$3A_0$
10	?

2. ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் r நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000லிருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் r நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.

தீர்வு: $\frac{dA}{dt} \propto A$ J-23

$$A = Ce^{kt} \dots \dots \dots (1)$$

$$3,00,000 = C$$

$$\therefore A = 3,00,000 e^{kt} \dots \dots \dots (2)$$

$$4,00,000 = 3,00,000 e^{40k}$$

$$\frac{4}{3} = e^{40k}$$

$$\log \left(\frac{4}{3} \right) = 40k$$

$$k = \frac{1}{40} \log \left(\frac{4}{3} \right)$$

$$(2) \Rightarrow A = 3,00,000 e^{\frac{1}{40} \log \left(\frac{4}{3} \right) t}$$

$$A = 3,00,000 \left(\frac{4}{3} \right)^{\frac{t}{40}}$$

t	A
0	300000
40	400000
t	?

3. மின்தடை மற்றும் தன் மின் தூண்டல் கொண்ட ஒருமின் சுற்றின் மின் இயக்கு விசையின் சமன்பாடு $E = Ri + L \frac{di}{dt}$ ஆகும். இங்கு E என்பது மின் சுற்றுக்கு கொடுக்கப்படும் மின் இயக்குவிசை, R என்பது மின்தடை மற்றும் L என்பது தன் மின் தூண்டல் ஆகும். $E = 0$ எனும்போது t நேரத்தில், மின்சாரம் i -ஐக் காண்க.

தீர்வு: $E = Ri + L \frac{di}{dt}$

$$\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{L} = \frac{E}{L} \quad P = \frac{R}{L}, \quad Q = \frac{E}{L}$$

$$IF = e^{\int P dt} = e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{Rt}{L}}$$

பொது தீர்வு $i(IF) = \int Q(IF) dt + c$

$$i \left(e^{\frac{Rt}{L}} \right) = \int \frac{E}{L} \left(e^{\frac{Rt}{L}} \right) dt + c$$

$$i e^{\frac{Rt}{L}} = \frac{E}{L} \left(\frac{e^{\frac{Rt}{L}}}{\frac{R}{L}} \right) + c$$

$$i = \frac{E}{R} + ce^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$E=0, \text{ எனில் } i = ce^{-\frac{Rt}{L}}$$

4. வினாடிக்கு 10 மீட்டர் வேகத்தில் இயங்கும் ஒரு மின்விசை படகின் இயந்திரம் நிறுத்தப்படுகிறது. அதன் பின்னர் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் (இயந்திரம் நிறுத்தப்பட்ட பிறகு) மின் விசைப் படகின் வேகம் குறையும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அதன் திசைவேகத்திற்குச் சமமாக உள்ளது எனக் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. இயந்திரம் நிறுத்தப்பட்ட 2 வினாடிகளுக்குப் பிறகு விசைப் படகின் திசைவேகம் காண்க.

$$\text{தீர்வு: } \frac{dA}{dt} \propto A$$

$$\frac{dA}{dt} = -A$$

$$A = Ce^{-t} \dots\dots(1)$$

$$10 = C$$

$$A = 10e^{-t} \dots\dots(2)$$

$$A = 10e^{-2} \text{ (or)} \Rightarrow A = \frac{10}{e^2}$$

t	A
0	10
2	?

5. வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000-த்தை வங்கிக் கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்? M-23

$$\text{தீர்வு: } \frac{dA}{dt} \propto A$$

$$\frac{dA}{dt} = 0.05A$$

$$A = Ce^{0.05t} \dots\dots(1)$$

$$10,000 = C$$

$$\therefore A = 10,000e^{0.05t} \dots\dots(2)$$

$$A = 10,000e^{0.05(1.5)}$$

$$A = 10,000e^{0.075}$$

$$K=0.05$$

t	x
0	10,000
1.5	?

6. ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில்காணப்படும் அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டுகால இடைவெளியில் ஒருமாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்?

$$\text{தீர்வு: } \frac{dA}{dt} \propto A$$

$$A = Ce^{-kt} \dots\dots(1)$$

$$A_0 = C$$

$$\therefore A = A_0 e^{-kt} \dots\dots(2)$$

$$\frac{9}{10} = e^{-100k}$$

$$A = A_0 e^{-1000k}$$

$$A = A_0 \left(\frac{9}{10}\right)^{10}$$

$$\frac{A}{A_0} \times 100 = \left(\frac{9}{10}\right)^{10} \times 100 \text{ (or)} \frac{9^{10}}{10^8} \%$$

t	A
0	A_0
100	$\frac{9}{10} A_0$
1000	?

1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் $\frac{9^{10}}{10^8} \%$ மீதமிருக்கும்

7. வெப்பநிலை $25^\circ C$ ஆக உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள நீரின் வெப்பநிலை $100^\circ C$ ஆகும். 10 நிமிடங்களில் நீரின் வெப்பநிலை $80^\circ C$ ஆகக் குறைந்து விடுகிறது எனில், (i) 20 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் நீரின் வெப்பநிலை (ii) வெப்பநிலை $40^\circ C$ ஆக இருக்கும்போது நேரம் காண்க. $\left[\log \frac{11}{15} = -0.3101; \log 5 = 1.6094\right]$.

தீர்வு:

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m$$

$$T - T_m = Ce^{kt}$$

$$T - 25 = Ce^{kt} \dots\dots(1)$$

$$C = 75$$

$$T - 25 = 75e^{kt} \dots\dots(2)$$

$$80 - 25 = 75e^{10k}$$

$$\frac{55}{75} = e^{10k}$$

$$e^{10k} = \frac{11}{15} \text{ (or)} k = \frac{1}{10} \log \left(\frac{11}{15}\right) \dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow T - 25 = 75e^{20k}$$

$$T = 65.33$$

$$(2) \Rightarrow 40 - 25 = 75e^{kt}$$

$$t = 53.46 \text{ min}$$

t	T	S
0	100	25
10	80	
20	?	
?	40	

8. காலை 10.00 மணிக்கு பெண் ஒருவர் தன்னுடைய மைக்ரோ அலை சமையல் அடுப்பிலிருந்து சூடான காபியை வெளியில் எடுத்து அது குளிர்வதற்காக அருகில் உள்ள சமையல் அறையில் வைக்கிறார். அந்நேரத்தில் காபியின் வெப்பநிலை $180^\circ F$ ஆகும். மேலும், 10 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு அதன் வெப்பநிலை $160^\circ F$ ஆகும். சமையல் அறையின் நிலையான வெப்பநிலை $70^\circ F$ எனில் (i) காலை 10.15 மணிக்கு காபியின் வெப்பநிலைக் காண்க? (ii) வெப்பநிலைக்கும் இடைப்பட்டதாக இருக்கும் போது அவர் காபியை அருந்த நினைத்தால், எந்த நேரத்திற்கு இடையில் அவர் காபியை அருந்த வேண்டும்.

தீர்வு:

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m$$

$$T - T_m = Ce^{kt}$$

$$T - 70 = Ce^{kt} \dots\dots(1)$$

$$C = 110 \quad T - 70 = 110e^{kt} \dots\dots(2)$$

$$160 - 70 = 110e^{10k}$$

$$90 = 110e^{10k}$$

$$e^{10k} = \frac{90}{110}$$

$$e^k = \left(\frac{9}{11}\right)^{\frac{1}{10}}$$

$$k = \log \left(\frac{9}{11}\right)^{\frac{1}{10}}$$

$$k = \frac{1}{10} \log \left(\frac{9}{11}\right)$$

t	T	S
0	180	70
10	160	
15	?	
?	130	
?	140	

$t=15, T=?$

$$T - 70 = 110e^{kt}$$

$$T = 151.33$$

$T=130, t=?$

$$130 - 70 = 110e^{kt}$$

$$\frac{60}{110} = e^{kt}$$

$$\log\left(\frac{6}{11}\right) = kt$$

$$\log\left(\frac{6}{11}\right) = \frac{1}{10} \log\left(\frac{9}{11}\right) t$$

$$\Rightarrow t = 30.20 \text{ min}$$

$T=140, t=?$

$$140 - 70 = 110e^{kt}$$

$$\frac{70}{110} = e^{kt}$$

$$\log\left(\frac{7}{11}\right) = kt$$

$$\log\left(\frac{7}{11}\right) = \frac{1}{10} \log\left(\frac{9}{11}\right) t$$

$$\Rightarrow t = 22.52 \text{ min}$$

அவர் காபியை அருந்த நினைத்தால் காலை 10.22 min முதல் 10.30 min இடையில் அருந்த வேண்டும்.

9. ஒரு பாத்திரத்தில் 100°C வெப்பநிலையில் கொதித்துக் கொண்டிருக்கும் நீரானது $t = 0$ எனும் நேரத்தில் அடுப்பின் மீது இருந்து இறக்கி குளிர்வதற்காக சமையலறையில் வைக்கப்படுகிறது. 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை 80°C ஆகக் குறைகிறது. மேலும், அடுத்த 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை 65°C ஆகக் குறைகிறது எனில், சமையலறையின் வெப்பநிலையைக் காண்க. S-20

தீர்வு:

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m$$

$$T - T_m = Ce^{kt} \text{ ----(1)}$$

$T=100, t=0$ எனில்

$$100 - T_m = C$$

$$T - T_m = (100 - T_m)e^{kt} \text{ ----(2)}$$

$T=80, t=5$ எனில்

$$80 - T_m = (100 - T_m)e^{5k}$$

$$e^{5k} = \frac{80 - T_m}{100 - T_m}$$

$T=65, t=10$ எனில்

$$65 - T_m = (100 - T_m)e^{10k}$$

$$e^{10k} = \frac{65 - T_m}{100 - T_m}$$

$$\frac{65 - T_m}{100 - T_m} = \left(\frac{80 - T_m}{100 - T_m}\right)^2$$

$$\frac{65 - T_m}{100 - T_m} = \left(\frac{80 - T_m}{100 - T_m}\right)^2$$

$$(65 - T_m)(100 - T_m) = (80 - T_m)^2$$

$$T_m = 20$$

t	T
0	100
5	80
10	65

10. ஆரம்பத்தில் ஒரு தொட்டியில் 50 லிட்டர் தூய்மையான தண்ணீர் உள்ளது. தொடக்க நேரம் $t = 0$ -ல் ஒரு லிட்டர் நீரில் 2 கிராம் வீதம் கரைக்கப்பட்ட உப்புக் கரைசலானது ஒரு நிமிடத்திற்கு 3 லிட்டர் வீதம் தொட்டியில் விடப்படுகிறது. இக்கலவையானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்படுகிறது. மேலும், அதே நேரத்தில் நன்கு கலக்கப்பட்ட இக்கலவையானது அதே வீதத்தில் தொட்டியிலிருந்து வெளியேறுகிறது. $t > 0$ எனும் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவினைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\frac{dA}{dt} = \text{உள்ளே} - \text{வெளியே}$$

$$\frac{dA}{dt} = 6 - \frac{3}{50}A$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{300 - 3A}{50}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{-3}{50}(A - 100)$$

$$A - 100 = Ce^{-\frac{3}{50}t}$$

(1) $-100 = C$

$$\therefore A - 100 = -100e^{-\frac{3}{50}t}$$

t	A
0	0

11. பொருளின் இருப்பின் பெருக்கமானது அதில் காணப்படும் பொருளின் இருப்பின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. பொருளின் இருப்பு 50 ஆண்டுகளில் இரு மடங்காகிறது எனில், எத்தனை ஆண்டுகளில் பொருளின் இருப்பு மூடமடங்காகும்?

தீர்வு:

$$\frac{dA}{dt} \propto A$$

$$\frac{dA}{dt} = kA$$

$$A = Ce^{kt}$$

$A = A_0, t = 0$

$$A_0 = C$$

$\therefore A = A_0e^{kt}$

$A = 2A_0, t = 50$

$$k = \frac{1}{50} \log 2$$

$A = 3A_0, t = ?$

$$3A_0 = A_0e^{kt}$$

$$3 = e^{kt}$$

$$\log 3 = kt$$

$$\log 3 = \left(\frac{1}{50} \log 2\right)t$$

$$t = 50 \frac{\log 3}{\log 2}$$

12. ஆரம்பத்தில் ஒரு சுதிரியக்க ஐசோடோப்பின் நிறை 200 மி.கி. ஆகும். 2 வருடங்களுக்குப் பின்னர் அதன் நிறை 50 மி.கி. ஆக உள்ளது. / நேரத்தில் மீதமுள்ள ஐசோடோப்பின் நிறைக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க. அதன் அரை ஆயுட்காலம் எவ்வளவு? (ஒரு குறிப்பிட்ட சுதிரியக்க ஐசோடோப்பின் ஆரம்ப அளவு பாதியாகக் குறைய ஆகும் கால அளவு அரை ஆயுட்காலம் எனப்படும்).

தீர்வு:

$$\frac{dA}{dt} \propto A$$

$$\frac{dA}{dt} = -kA$$

$$A = Ce^{-kt} \text{----(1)}$$

$$A = 200, t = 0$$

$$200 = C \quad \therefore A = 200e^{-kt} \text{----(2)}$$

$$A = 150, t = 2$$

$$150 = 200e^{-2k}$$

$$\frac{3}{4} = e^{-2k}$$

$$\log\left(\frac{3}{4}\right) = -2k \text{----(3)}$$

$$A=100, t=?$$

$$100 = 200e^{-kt}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-kt}$$

$$\log\left(\frac{1}{2}\right) = -kt \text{----(4)}$$

$$(3),(4) \Rightarrow t = 2 \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log\left(\frac{3}{4}\right)}$$

13. ஒரு துப்பறிவாளர் ஒரு கொலைக்கான புலன்

விசாரணையின்போது, ஒருவரின் உயிற்றற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கையாக துப்பறிவாளர் அவ்வூடலின் வெப்பநிலையை அளந்து 70°F எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை 60°F ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையின் வெப்பநிலை 50°F ஆகும். மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை 98.6°F எனில், அந்நபர் கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் என்னவாக இருந்திருக்கும்? [$\log(2.43) = 0.88789$; $\log(0.5) = -0.69315$] M-20

தீர்வு

$$\frac{dT}{dt} \propto T - T_m$$

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

$$T - T_m = Ce^{kt}$$

$$T - 50 = Ce^{kt} \text{----(1)}$$

$$T=70, t=0$$

$$C = 20$$

$$T - 50 = 20e^{kt} \text{----(2)}$$

$$T=60, t=2$$

$$k = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$T=98.6, t=?$$

$$\log(2.43) = kt$$

$$t = \frac{2 \log(2.43)}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow t \cong -2.56$$

கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் 8 - 2.56 \cong 5:30 PM

14. ஒரு தொட்டியில் உள்ள 1000 லிட்டர் நீரில் 100 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. பிரைன் என்பது அடர்ந்த அடர்த்திக் கொண்ட உப்புக்

t	A
0	200
2	150
?	100

கரைசலாகும். வழக்கமாக சோடியம் குளோரைடு கரைசலாகும்.

பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம் உப்புக்குத்தப்படுகிறது.

மேலும் ஒவ்வொரு லிட்டர் நீரிலும் 5 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது.

தொட்டியில் உள்ள நீரானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக

வைக்கப்பட்டுள்ளது. பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம்

வெளியேறுகிறது. t நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவைக்

காண்க.

$$\text{தீர்வு: } \frac{dA}{dt} = \text{உள்ளே} - \text{வெளியே}$$

$$\frac{dA}{dt} = 50 - 0.01A$$

$$\frac{dA}{dt} = -0.01(A - 5000)$$

$$A - 5000 = Ce^{-0.01t}$$

$$A = 100 \text{ எனில் } t = 0$$

$$100 - 5000 = C$$

$$C = -4900$$

$$\therefore A - 5000 = -4900e^{-0.01t}$$

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின்

பயன்பாடுகள்

$$1. \text{ நேர்மாறு அணி காண்க } \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\text{தீர்வு: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad |A| = ad - bc$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (\text{adj}A) = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

செய்துபார்க்க: நேர்மாறு அணி காண்க

$$(i) \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (ii) \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \text{ எனில், } A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A|I \text{ என்பதை}$$

சரிபார். S-21, S-20

$$\text{தீர்வு: } A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{adj}A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 24 - 20 = 4$$

$$|A|I = 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A(\text{adj}A) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(\text{adj}A)A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A(\text{adj}A) = (\text{adj}A)A = |A|I$$

$$3. A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \text{ எனில்}$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \text{ என்பதை சரிபார்.}$$

$$\text{தீர்வு: } AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 18 & -11 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = -77 + 90 = 13$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -11 & 5 \\ -18 & 7 \end{bmatrix} \dots\dots(1)$$

$$|B| = -2 + 15 = 13 \quad B^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 15 - 14 = 1 \quad A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -11 & 5 \\ -18 & 7 \end{bmatrix} \dots\dots(2)$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

முயற்சி செய் :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ எனில்}$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \text{ என நிரூபி. S-20, J-22}$$

$$4. A = \begin{bmatrix} 1 & \tan x \\ -\tan x & 1 \end{bmatrix} \text{ எனில் } A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{bmatrix} \text{ என நிரூபி.}$$

$$\text{தீர்வு: } A^T = \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix} \quad |A| = 1 + \tan^2 x$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\sec^2 x} \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A^{-1} = \frac{1}{\sec^2 x} \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{bmatrix}$$

$$5. A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \text{ எனில், } (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T \text{ என சரிபாற். M-20}$$

தீர்வு:

$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ $ A = 14 - 9 = 5$ $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $(A^{-1})^T = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \dots(1)$	$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$ $ A^T = 14 - 9 = 5$ $(A^T)^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \dots(2)$ $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
--	--

$$6. \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \text{ செங்குத்து அணி என நிரூபி. M-23}$$

$$\text{தீர்வு: } A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$A A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A A^T = A^T A = I$$

A செங்குத்து அணியாகும்

$$7. A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \text{ எனில் } A^2 + xA + yI = 0 \text{ எனுமாறு } x, y \text{ காண்க.}$$

இதிலிருந்து A^{-1} காண்க.

$$\text{தீர்வு: } x = -[5 + (-2)] = -3$$

$$y = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = -10 + 3 = -7$$

$$A^2 - 3A - 7I = 0$$

$$A^2 A^{-1} - 3A A^{-1} - 7I A^{-1} = 0$$

$$A - 3I - 7A^{-1} = 0$$

$$A - 3I = 7A^{-1}$$

$$7A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$8. A \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 7 & 7 \end{bmatrix} \text{ எனில், } A \text{ ஐ காண்க}$$

$$\text{தீர்வு: Let } B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$AB = C \Rightarrow A = CB^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 7 & 7 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{-7} \right) \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -21 & -7 \\ -7 & 14 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$9. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \text{ மற்றும்}$$

$AXB = C$ எனில் X என்ற அணியை காண்க.

$$\text{தீர்வு: } A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AXB = C$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}CB^{-1}$$

$$X = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$10. \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \text{ எனில், } A^{-1} \text{ ஐ காண்க. J-23}$$

$$\text{தீர்வு: } |\text{adj}A| = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 2(36 - 18) = 36$$

$$A = \pm \frac{1}{\sqrt{|\text{adj}A|}} \text{adj}A = \pm \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{TRY } \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ எனில், } A^{-1} \text{ ஐ காண்க. M-25}$$

$$11. \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ எனில், } \text{adj}(\text{adj}A) \text{ ஐ காண்க.}$$

தீர்வு: $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2	0	0	2
0	1	-1	0
0	1	1	0
2	0	0	2

$\text{adj}(\text{adj}A) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$

$\text{adj}(\text{adj}A) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

முயற்சி செய் :

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -5 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $|\text{adj}(\text{adj}A)|$ காண்க M-24

12. $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், A ஐ காண்க.

தீர்வு: $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$|\text{adj}A| = 2(24 - 0) + 4(-6 - 14) + 2(0 + 24)$
 $= 48 - 80 + 48$
 $= 16$

$\text{adj}(\text{adj}A) = \begin{pmatrix} 24 & 20 & 24 \\ 8 & 8 & 8 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}^T$

12	-7	-3	12
0	2	-2	0
-4	2	2	-4
12	-7	-3	12

$= \begin{pmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{pmatrix}$

$A = \pm \frac{1}{\sqrt{|\text{adj}A|}} \text{adj}(\text{adj}A) = \pm \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{pmatrix}$
 $= \pm \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, எனில் $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 3I)$ என நிரூபி.

தீர்வு: $A^3 + xA^2 + yA + zI = 0$

$x = -(0 + 0 + 0) = 0;$

$y = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -3;$

$z = -|A| = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -[0 - 1(-1) + 1(1)] = -2$

$A^3 + 0A^2 - 3A - 2I = 0$

$A^{-1}(A^3 - 3A - 2I) = 0$

$A^2 - 3I - 2A^{-1} = 0$

$A^2 - 3I = 2A^{-1}$

$A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 3I)$

14. $A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$, எனில் $A^{-1} = A^T$ என நிரூபி.

தீர்வு: $A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ $A^T = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & -8 \\ 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$

$AA^T = \frac{1}{81} \begin{bmatrix} 81 & 0 & 0 \\ 0 & 81 & 0 \\ 0 & 0 & 81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

$AA^T = I$

$A^T = A^{-1}$

15. $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$, எனில் $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ என

நிரூபி. M-23

தீர்வு: $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$F(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$F(\alpha) F(-\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$

$F(\alpha) F(-\alpha) = I$

$F(-\alpha) = [F(\alpha)]^{-1}$

16. ஏறுபடி வடிவத்தை பயன்படுத்தி அணியின் தரம் காண்க

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

தீர்வு: (i) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$

$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1; R_3 \rightarrow R_3 - 5R_1$

$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2$

பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகளின் எண்ணிக்கை 2 $\therefore \rho(A) = 2$

(ii) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 8 & -13 & -2 \end{bmatrix}$ $R_2 \rightarrow 2R_2 + 3R_1; R_3 \rightarrow R_3 - 3R_1$

$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -45 & -30 \end{bmatrix}$ $R_3 \rightarrow R_3 - 4R_2$

பூஜ்ஜியமற்ற வரிசைகளின் எண்ணிக்கை 3 $\therefore \rho(A) = 3$

17. சிற்றணிக்கோவை முறையில் தரம் காண்க

(i) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ J-22 (ii) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

தீர்வு: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

$= 1(-4 + 6) + 2(-2 + 30) + 3(2 - 20)$

$$= 2 + 56 - 54$$

$$= 4 \neq 0 \quad \therefore \rho(A) = 3$$

$$(ii) |A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 3(6 - 6) - 2(6 - 6) + 5(3 - 3) = 0$$

$$\therefore \rho(A) < 3$$

$$2 \times 2 \text{ சிற்றணிக்கோவை } \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1 \neq 0$$

$$\therefore \rho(A) = 2$$

$$\text{முயற்சி செய் : தரம் காண்க (i) } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} S-21$$

$$(ii) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} M-22 \text{ (iii) } \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} M-24$$

18. நேர்மாறு முறையில் தீர்க்க: $5x + 2y = 3, 3x + 2y = 5$.

தீர்வு: M-22, M-25

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -4 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

முயற்சி செய் :

நேர்மாறு முறையில் தீர்க்க: $2x + 5y = -2, x + 2y = -3$ M-25

19. கிராமர் முறையில் தீர்: $\frac{3}{x} + 2y = 12, \frac{2}{x} + 3y = 13$.

$$\text{தீர்வு: } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 4 = 5$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 13 & 3 \end{vmatrix} = 36 - 26 = 10$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 2 & 13 \end{vmatrix} = 39 - 24 = 15$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{10}{5} = 2$$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{15}{5} = 3$$

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = 3$$

20. தீர்க்க: $x + 2y + 3z = 0 \quad 3x + 4y + 4z = 0$

$$7x + 10y + 12z = 0$$

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & | & 0 \\ 3 & 4 & 4 & | & 0 \\ 7 & 10 & 12 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & | & 0 \\ 0 & -2 & -5 & | & 0 \\ 0 & -4 & -9 & | & 0 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 7R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & | & 0 \\ 0 & -2 & -5 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2$$

வெளிப்படாதீர்வை பெற்றிருக்கும்

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

21. $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ காஸ் ஜோர்டான் முறையில் நேர்மாறு காண்க.

$$\text{தீர்வு: } (A|I) = \begin{pmatrix} 0 & 5 & | & 1 & 0 \\ -1 & 6 & | & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 6 & | & 0 & 1 \\ 0 & 5 & | & 1 & 0 \end{pmatrix} R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -6 & | & 0 & -1 \\ 0 & 1 & | & 1/5 & 0 \end{pmatrix} R_1 \rightarrow (-1)R_1$$

$$R_2 \rightarrow \frac{1}{5}R_2$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & 6/5 & -1 \\ 0 & 1 & | & 1/5 & 0 \end{pmatrix} R_1 \rightarrow R_1 + 6R_2$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6/5 & -1 \\ 1/5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

22. நேர்மாறு முறையில் தீர்க்க: $x + y + z - 2 = 0$;

$$6x - 4y + 5z - 31 = 0; \quad 5x + 2y + 2z = 13$$

$$\text{தீர்வு: } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{pmatrix}$$

-4	5	6	-4
2	2	5	2
1	1	1	1
-4	5	6	-4

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & -4 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-8 - 10) - 1(12 - 25) + 1(12 + 20)$$

$$= -18 + 13 + 32$$

$$= 27 \neq 0 \quad \therefore A^{-1} \text{ காண இயலும்}$$

$$\text{adj}A = \begin{pmatrix} (-8 - 10) & (25 - 12) & (12 + 20) \\ (2 - 2) & (2 - 5) & (5 - 2) \\ (5 + 4) & (6 - 5) & (-4 - 6) \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} -18 & 13 & 32 \\ 0 & -3 & 3 \\ 9 & 1 & -10 \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (\text{adj}A) = \frac{1}{27} \begin{pmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{27} \begin{pmatrix} -18 & 0 & 9 \\ 13 & -3 & 1 \\ 32 & 3 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 31 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{27} \begin{pmatrix} -36 + 0 + 117 \\ 26 - 93 + 13 \\ 64 + 93 - 130 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{27} \begin{pmatrix} 81 \\ -54 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

செய்துபார்க்க;

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, x_1 - 2x_2 + x_3 = -4,$$

$$3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$$

23. $A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, எனில்

பெருக்கற்பலன் AB & BA காண்க. இதிலிருந்து

$$x - y + z = 4; x - 2y - 2z = 9; 2x + y + 3z = 1$$
 என்ற

சமன்பாட்டை தீர்க்க.

தீர்வு: $AB = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I_3$

$$AB = 8I_3$$

இதேபோல் $BA = 8I_3$

$$B^{-1} = \frac{1}{8}A$$

$$\therefore B^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

சமன்பாட்டின் அணிவடிவம்

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 24 \\ -16 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

24. நேரிய சமன்பாட்டை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க: J-22

$$a) 3x + 3y - z = 11; 2x - y + 2z = 9; 4x + 3y + 2z = 25$$

தீர்வு:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -22$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -1 \\ 9 & -1 & 2 \\ 25 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -44$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 11 & -1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 4 & 25 & 2 \end{vmatrix} = -66$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 11 \\ 2 & -1 & 9 \\ 4 & 3 & 25 \end{vmatrix} = -88$$

கிராமரின் விதி $x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-44}{-22} = 2;$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-66}{-22} = 3;$$

$$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-88}{-22} = 4$$

(b) $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0, \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} = 2, \frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} = -1$ M-24

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} = -5$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

கிராமரின் விதி

$$\frac{1}{x} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-15}{-15} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\frac{1}{y} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{1}{z} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} \Rightarrow z = 3$$

செய்துபார்க்க;

(ii) $x_1 - x_2 = 3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 17, x_2 + 2x_3 = 7$

J-23, M-25

(iii) $3x + y + z = 2; x - 3y + 2z = 1; 7x - y + 4z = 5$ M-22

கிராமரின் விதியை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது ?

(iv) $x - y + 2z = 2; 2x + y + 4z = 7; 4x - y + z = 4$ S-21

25. காஸ்டியன் நீக்கல் முறையில் தீர்க்க:

$$2x - 2y + 3z = 2; x + 2y - z = 3; 3x - y + 2z = 1.$$

தீர்வு: $(A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right)$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & 5 & -4 \\ 0 & -7 & 5 & -8 \end{array} \right) R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 3R_1$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & -5 & -20 \end{array} \right) R_3 \rightarrow 6R_3 - 7R_2$$

$-5z = -20$	$-6y + 5z = -4$	$x + 2y - z = 3$
$z = 4$	$y = 4$	$x = -1$

செய்துபார்க்க;

1. ஒருவர் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$

$(-2, -12)$, மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக

செல்கிறார். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவருடைய

நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறார். அவர் அவருடைய

நண்பனை சந்திப்பாரா? M-23

2. $ax^2 + bx + c$ -ஐ $x + 3$, $x - 5$, மற்றும் $x - 1$ -ஆல்

வகுக்கும் போது மீதியானது முறையே 21, 61 மற்றும் 9

எனில், a, b, c ஐ காண்க.

26. தரம் காணும் முறையில் தீர்க்க.

(i) $x - y + 2z = 2$; $2x + y + 4z = 7$; $4x - y + z = 4$.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 2 \\ 2 & 1 & 4 & | & 7 \\ 4 & -1 & 1 & | & 4 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 2 \\ 0 & 3 & 0 & | & 3 \\ 0 & 3 & -7 & | & -4 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 4R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & | & 2 \\ 0 & 3 & 0 & | & 3 \\ 0 & 0 & -7 & | & -7 \end{pmatrix} R_3 \rightarrow R_3 - R_2$$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 3, \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

\therefore ஒருங்கமைவு உடையது ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்

$-7z = -7$ $z = 1$	$3y = 3$ $y = 1$	$x - y + 2z = 2$ $x = 1$
-----------------------	---------------------	-----------------------------

(ii) $3x + y + z = 2$; $x - 3y + 2z = 1$; $7x - y + 4z = 5$.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & | & 2 \\ 1 & -3 & 2 & | & 1 \\ 7 & -1 & 4 & | & 5 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 \\ 3 & 1 & 1 & | & 2 \\ 7 & -1 & 4 & | & 5 \end{pmatrix} R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 \\ 0 & 10 & -5 & | & -1 \\ 0 & 20 & -10 & | & -2 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 7R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 \\ 0 & 10 & -5 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2$$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 2, \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

\therefore ஒருங்கமைவு உடையது

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

$z = t$ என்க $\forall t \in R$	$10y - 5z = -1$ $y = \frac{1}{10}(5t - 1)$	$x - 3y + 2z = 1$ $x = \frac{1}{10}(7 - 5t)$
-----------------------------------	---	---

(iii) $2x - y + z = 2$; $6x - 3y + 3z = 6$; $4x - 2y + 2z = 4$.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & | & 2 \\ 6 & -3 & 3 & | & 6 \\ 4 & -2 & 2 & | & 4 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1$$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 1, \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

\therefore ஒருங்கமைவு உடையது

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

$z = t, y = s$ என்க $\forall t, s \in R$	$2x - y + z = 2$ $x = \frac{1}{2}(2 + s - t)$
---	--

(iv) $2x + 2y + z = 5$; $x - y + z = 1$; $3x + y + 2z = 4$.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & | & 5 \\ 1 & -1 & 1 & | & 1 \\ 3 & 1 & 2 & | & 4 \end{pmatrix} S-20$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 1 \\ 2 & 2 & 1 & | & 5 \\ 3 & 1 & 2 & | & 4 \end{pmatrix} R_1 \leftrightarrow R_2$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 4 & -1 & | & 3 \\ 0 & 4 & -1 & | & 1 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 3R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 4 & -1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & | & -2 \end{pmatrix} R_3 \rightarrow R_3 - R_2$$

$$\rho(A) = 2 \quad \rho(A|B) = 3$$

$$\rho(A) \neq \rho(A|B)$$

\therefore ஒருங்கமைவு அற்றது தீர்வு கிடையாது.

27. k ன் எம்மதிப்பிற்கு $kx - 2y + z = 1$; $x - 2ky + z =$

-2 ; $x - 2y + kz = 1$. என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதொரு தீர்வும்

பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii)

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \begin{pmatrix} k & -2 & 1 & | & 1 \\ 1 & -2k & 1 & | & -2 \\ 1 & -2 & k & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & k & | & 1 \\ 1 & -2k & 1 & | & -2 \\ k & -2 & 1 & | & 1 \end{pmatrix} R_1 \leftrightarrow R_3$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & k & | & 1 \\ 0 & -2k + 2 & 1 - k & | & -3 \\ 0 & -2 + 2k & 1 - k^2 & | & 1 - k \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - kR_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & k & | & 1 \\ 0 & -2k + 2 & 1 - k & | & -3 \\ 0 & 0 & -k^2 - k + 2 & | & -2 - k \end{pmatrix} R_3 \rightarrow R_3 + R_2$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & k & | & 1 \\ 0 & -2k + 2 & 1 - k & | & -3 \\ 0 & 0 & (1 - k)(2 + k) & | & -2 - k \end{pmatrix}$$

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது: $k = 1$ எனில்

$$\rho(A) = 2, \rho(A|B) = 3 \quad \rho(A) \neq \rho(A|B)$$

\therefore ஒருங்கமைவு அற்றது தீர்வு கிடையாது.

(ii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்: $k = -2$ எனில்

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 2 \quad \text{மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

∴ ஒருங்கமைவு உடையது

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

(iii) ஒரே ஒரு தீர்வு: $k \neq 1$ மற்றும் $k \neq -2$ எனில்

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 3, \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

∴ ஒருங்கமைவு உடையது

ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்.

$$\text{முயற்சி செய்: } x - y + z = -9; 2x - y + z = 4;$$

$$3x - y + z = 6; 4x - y + 2z = 7 \quad M-20$$

28. λ, μ ன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9, 7x + 3y - 5z = 8,$

$2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதொரு தீர்வும்

பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii)

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{array} \right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{array} \right) R_2 \rightarrow 2R_2 - 7R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - R_1$$

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது: $\lambda - 5 = 0$ & $\mu - 9 \neq 0$

$$\rho(A) = 2, \rho(A|B) = 3 \quad \rho(A) \neq \rho(A|B)$$

∴ ஒருங்கமைவு அற்றது தீர்வு கிடையாது.

(ii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வு: $\lambda - 5 = 0$ மற்றும் $\mu - 9 = 0$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 2 \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

∴ ஒருங்கமைவு உடையது

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

(iii) ஒரே ஒரு தீர்வு: $\lambda - 5 \neq 0$ மற்றும் $\mu - 9 \neq 0$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 3 \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

∴ ஒருங்கமைவு உடையது

ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்.

29. λ ன் எம்மதிப்பிற்கு $x + y + 3z = 0; 4x + 3y + \lambda z = 0; 2x +$

$y + 2z = 0$ என்ற தொகுப்பிற்கு (i) வெளிப்படாத தீர்வு

(ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருக்கும்.

$$\text{தீர்வு: } (A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \end{array} \right) R_2 \leftrightarrow R_3$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & \lambda - 12 & 0 \end{array} \right) R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1;$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 4R_1$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 8 & 0 \end{array} \right) R_3 \rightarrow R_3 - R_2$$

(i) வெளிப்படாத தீர்வு (ஒரே ஒரு தீர்வு): $\lambda - 8 \neq 0$ எனில்

$$x = 0, y = 0, z = 0$$

(ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு:

$$\lambda - 8 = 0 \text{ எனில்}$$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 2 \text{ மாறிகளின் எண்ணிக்கை} = 3$$

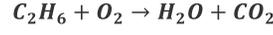
∴ ஒருங்கமைவு உடையது

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

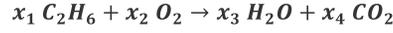
∴ வெளிப்படையற்ற தீர்வை பெற்றிருக்கும்.

Short cut method

30. காஸ்லியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தி வேதிச்சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக:



தீர்வு:



C, H மற்றும் O அணுக்களை சமப்படுத்த

$$2x_1 = x_4 \Rightarrow 2x_1 + 0x_2 - 0x_3 - x_4 = 0$$

$$6x_1 = 2x_3 \Rightarrow 6x_1 + 0x_2 - 2x_3 - 0x_4 = 0$$

$$2x_2 = x_3 + 2x_4 \Rightarrow 0x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0$$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 6 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

$$x_4 = 4 \text{ என்க}$$

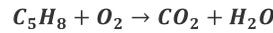
$$(2) \Rightarrow x_1 = 2$$

$$(1) \Rightarrow x_3 = 6$$

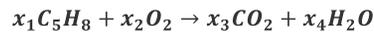
$$(3) \Rightarrow x_2 = 7$$

$$\therefore 2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 6H_2O + 4CO_2$$

31. காஸ்லியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தி வேதிச்சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக:



தீர்வு:



C, H மற்றும் O அணுக்களை சமப்படுத்த

$$C \Rightarrow 5x_1 = x_3 \text{ ---- } (1)$$

$$H \Rightarrow 8x_1 = 2x_4 \text{ ---- } (2)$$

$$O \Rightarrow 8x_2 = 2x_3 + x_4 \text{ ---- } (3)$$

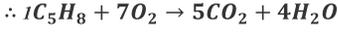
$$(A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

$$x_4 = 4 \text{ என்க}$$

$$(2) \Rightarrow x_1 = 1$$

(1) ⇒ $x_3 = 5$

(3) ⇒ $x_2 = 7$



11. நிகழ்தகவு பரவல்

1. ஓர் அறு பக்க பகடையின் ஒரு பக்கத்தில் '1' என குறிக்கப்படுகிறது. அதன் இரு பக்கங்களில் '2' எனவும் மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '3' எனவும் குறிக்கப்படுகிறது. இரு முறை பகடை உருட்டப்படுகிறது.

இருமுறை எளிதலின் மொத்தத் தொகையை X குறிக்கிறது எனில்,

(i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு காண்க. (ii) குவிவு பரவல் சார்பு காண்க.

(iii) $P(3 \leq X < 6)$ காண்க. (iv) $P(X \geq 4)$ காண்க

தீர்வு: சமவாய்ப்பு மாறி X ன் மதிப்புகள் 2,3,4,5 மற்றும் 6.

X	2	3	4	5	6
PMF	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$
CDF	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{36}{36}$

+	1	2	2	3	3	3
1	2	3	3	4	4	4
2	3	4	4	5	5	5
2	3	4	4	5	5	5
3	4	5	5	6	6	6
3	4	5	5	6	6	6
3	4	5	5	6	6	6

(iii) $P(3 \leq X < 6) = P(x = 3) + P(x = 4) + P(x = 5)$

$= \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{26}{36}$

(iv) $P(X \geq 4) = P(x = 4) + P(x = 5) + P(x = 6)$

$= \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{31}{36}$

2. ஓர் அறுபக்க பகடையின் ஒரு பக்கத்தில் '1' எனவும், இருபக்கங்களில் '3' மூன்று எனவும், மற்றும் ஏனைய மூன்று பக்கங்களில் '5' எனவும் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. பகடை இருமுறை வீசப்படுகிறது. இருமுறை வீசப்பட்டதின் மொத்த எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது. (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) குவிவு பரவல் சார்பு (iii) $P(4 \leq X \leq 10)$ (iv) $P(X \geq 6)$

தீர்வு:

சமவாய்ப்பு மாறி X ன் மதிப்புகள் 2,4,6,8 மற்றும் 10.

X	2	4	6	8	10
PMF	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$
CDF	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{36}{36}$

+	1	3	3	5	5	5
1	2	4	4	6	6	6
3	4	6	6	8	8	8
3	4	6	6	8	8	8
5	6	8	8	10	10	10
5	6	8	8	10	10	10
5	6	8	8	10	10	10

(iii) $P(4 \leq X < 10)$

$= P(x = 4) + P(x = 6) + P(x = 8)$

$= \frac{4}{36} + \frac{10}{36} + \frac{12}{36} = \frac{26}{36}$

(iv) $P(X \geq 6) = P(x = 6) + P(x = 8) + P(x = 10)$

$= \frac{10}{36} + \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{31}{36}$

3. ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$ (iv)

$P(3 < X)$ என்பவற்றைக் காண்க.

தீர்வு: f நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

∴ $\sum f(x) = 1$

$k + 2k + 6k + 5k + 6k + 10k = 1$

$30k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{10}{30}$

(i) $P(2 < X < 6) = P(x = 3) + P(x = 4) + P(x = 5)$

$= \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{17}{30}$

(ii) $P(2 \leq X < 5) = P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4)$

$= \frac{2}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{13}{30}$

(iii) $P(X \leq 4) = P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4)$

$= \frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{14}{30}$

(iv) $P(3 < X) = P(x = 4) + P(x = 5) + P(x = 6)$

$= \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{21}{30}$

4. ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

எனில் (i) $P(2 \leq X < 5)$ (ii) $P(3 < X)$ காண்க.

தீர்வு: f நிகழ்தகவு நிறை சார்பு ∴ $\sum f(x) = 1$

$k^2 + 2k^2 + 3k^2 + 2k + 3k = 1$

$6k^2 + 5k - 1 = 0$

$k = -1, k = \frac{1}{6}$

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{6} = \frac{12}{36}$	$\frac{3}{6} = \frac{18}{36}$

(i) $P(2 \leq X < 5) = P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4)$

$= \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{12}{36} = \frac{17}{36}$

(ii) $P(3 < X) = P(x = 4) + P(x = 5) = \frac{12}{36} + \frac{18}{36} = \frac{30}{36}$

5. ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் குவிவு பரவல் சார்பானது $F(x) =$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{5} & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ \frac{4}{5} & \text{for } 2 \leq x < 3 \\ \frac{9}{10} & \text{for } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{for } 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ காண்க.

தீர்வு:

i) சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் மதிப்புகள் 0,1,2,3,4.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

ii) $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$
 $= \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

iii) $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

6. ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் குவிவு பரவல் சார்பானது $F(x) =$

$$\begin{cases} 0 & ; -\infty < x < -1 \\ 0.15 & ; -1 \leq x < 0 \\ 0.35 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0.60 & ; 1 \leq x < 2 \\ 0.85 & ; 2 \leq x < 3 \\ 1 & ; 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

(ii) $p(X < 1)$ மற்றும் (iii) $P(X \geq 2)$ காண்க

தீர்வு:

சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் மதிப்புகள் $-1, 0, 1, 2, 3$

(i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு $f(x)$:

x	-1	0	1	2	3
$F(x)$	0.15	0.35	0.60	0.85	1
$f(x)$	0.15	0.20	0.25	0.25	0.15

ii) $P(X < 1) = P(X = -1) + P(X = 0)$
 $= 0.15 + 0.20 = 0.35$

iii) $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3)$
 $= 0.25 + 0.15 = 0.40$

7. வகைநுண்கணிதம்

1. கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ³ எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கணக்கிடுக.

தீர்வு: $\frac{dV}{dt} = 1000, r = 7$

கோளத்தின் கனஅளவு $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi(3r^2) \frac{dr}{dt}$$

$r = 7$, எனில் $1000 = 4\pi(7)^2 \frac{dr}{dt}$

$$\frac{1000}{4 \times 49\pi} = \frac{dr}{dt} \quad \frac{dr}{dt} = \frac{250}{49\pi} \text{ cm/sec}$$

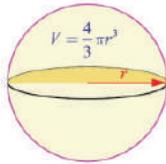
கோளத்தின் மேற்பரப்பு $S = 4\pi r^2$

$$\frac{dS}{dt} = 4\pi(2r) \frac{dr}{dt}$$

$r = 7$, எனில் $\frac{dS}{dt} = 8\pi(7) \left(\frac{250}{49\pi}\right)$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2000}{7} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

2. கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வேகத்தில் அதிகரிக்கும்?



தீர்வு: $\frac{dV}{dt} = 30, h = 2r$ (or) $r = \frac{h}{2}, h = 10$

கூம்பின் கனஅளவு $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 h$$

$$V = \frac{\pi}{12} h^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{12}(3h^2) \frac{dh}{dt}$$

$h = 10$, எனில் $30 = \frac{\pi}{12}(10)^2 \frac{dh}{dt}$

$$\frac{30 \times 4}{100\pi} = \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi} \text{ m/min}$$



3. வடக்கிலிருந்து தெற்கே செல்லும் பாதையும், கிழக்கிலிருந்து மேற்கே செல்லும் பாதையும் P எனும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது. வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து A முதல் பாதை வழியாகச் செல்கிறது. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து B இரண்டாவது பாதை வழியாகச் செல்கிறது. குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மகிழுந்து A ஆனது P-க்கு வடக்கே 10 கிலோமீட்டர்கள் தொலைவில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அதே சமயத்தில் மகிழுந்து B ஆனது P-க்கு கிழக்கே 15 கிலோமீட்டர் தொலைவில் மணிக்கு 100 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இரு மகிழுந்துகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வேகத்தில் மாறுகிறது?

தீர்வு: $x = 10, y = 15,$

$$\frac{dx}{dt} = 80, \frac{dy}{dt} = 100$$

$$z^2 = x^2 + y^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$z^2 = (10)^2 + (15)^2 \quad (1) \Rightarrow z \frac{dz}{dt} =$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

$$z^2 = 100 + 225 \quad 5\sqrt{13} \frac{dz}{dt} = 10(80) + 15(100)$$

$$z = \sqrt{325} = 5\sqrt{13} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{2300}{5\sqrt{13}} = \frac{460}{\sqrt{13}} \text{ km/hr}$$

4. தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன? M-24

தீர்வு: $h = 12, r = 5, \frac{dV}{dt} = 10$

வடிவொத்த முக்கோணத்திலிருந்து $\frac{r}{h} = \frac{5}{12} \Rightarrow r = \frac{5h}{12}$

கூம்பின் கனஅளவு $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{5h}{12}\right)^2 h$$

$$V = \frac{25}{3 \times 144} \pi h^3$$

't' ஐ பொறுத்து வகையிட

$$\frac{dV}{dt} = \frac{25}{3 \times 144} \pi(3h^2) \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{25}{144} \pi(h^2) \frac{dh}{dt}$$

$h = 8$, எனில் $10 = \frac{25}{144} \pi(8)^2 \frac{dh}{dt}$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{144 \times 10}{64 \times 25\pi}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{9}{10\pi} \text{ m/min}$$

5. 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில்

சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம்

சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர்

எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர்

தொலைவில் இருக்கும்போது, (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில்

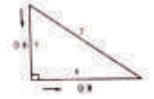
கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க? (ii) எந்த வீதத்தில்,

ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும்

முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?

தீர்வு: $x = 8, \frac{dx}{dt} = 5$

$$17^2 = x^2 + y^2 \quad 0 = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$



$$17^2 = (8)^2 + y^2 \quad 0 = 8(5) + 15 \frac{dy}{dt}$$

$$289 = 64 + y^2 \quad \frac{dy}{dt} = \frac{-40}{15} = \frac{-8}{3} \text{ m/Sec}$$

$$y^2 = 225 \quad y = 15$$

மூக்கோணத்தின் பரப்பளவு $A = \frac{1}{2}xy$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} \right]$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[8 \left(\frac{-8}{3} \right) + 15 \times 5 \right]$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[\frac{-64}{3} + 75 \right] \quad \frac{dA}{dt} = \frac{161}{6} \text{ m}^2/\text{s}$$



6. வடதிசையில்ிருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்பி கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பின் வடக்கே 0.6 கி.மீ தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கி.மீ தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது, மின்காந்த அலைக் கருவியின் துணைகொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன? M-20

தீர்வு: $x = 0.8, y = 0.6,$

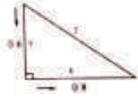
$$\frac{dz}{dt} = 20, \quad \frac{dy}{dt} = -60$$

$$z^2 = x^2 + y^2 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$z^2 = (0.8)^2 + (0.6)^2 \quad z \frac{dz}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

$$z^2 = 0.64 + 0.36 \quad 1(20) = 0.8 \left(\frac{dx}{dt} \right) + 0.6(-60)$$

$$z^2 = 1 \Rightarrow z = 1 \quad \frac{dx}{dt} = \frac{20+36}{0.8} = 70 \text{ km/hr}$$



7. $y = x^2$ மற்றும் $y = (x-3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. M-24

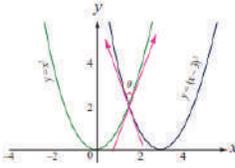
தீர்வு: $y = x^2$ மற்றும் $y = (x-3)^2$

$$x^2 = (x-3)^2$$

$$x^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$-6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{4}$$



\therefore வெட்டும் புள்ளி $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right)$

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = 2x, \quad m_2 = \frac{dy}{dx} = 2(x-3)$$

$$m_1 = 3, \quad m_2 = -3$$

இடைப்பட்ட கோணம் $\theta = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

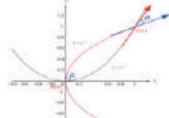
$$= \tan^{-1} \left| \frac{3+3}{1-9} \right|$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$$

8. $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை (0,0) மற்றும் (1,1) என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.

தீர்வு: $\frac{dy}{dx} = 2x, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$

இடைப்பட்ட கோணம்



$\theta = \tan^{-1} \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right $	(0,0) - ல் $m_1 = 0 \quad m_2 = \infty$
(1,1) - ல் $m_1 = 2 \quad m_2 = \frac{1}{2}$	$\theta = \tan^{-1} \left \frac{0 - \infty}{1 + (0)(\infty)} \right $
$\theta = \tan^{-1} \left \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + (2)(\frac{1}{2})} \right $	$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{M-22}$
$\theta = \tan^{-1} \left \frac{3/2}{2} \right = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$	

9. $xy = 2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்திற்கும் $x^2 + 4y = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தினைக் காண்க. தீர்வு: $xy = 2$ மற்றும் $x^2 + 4y = 0$

$$y = \frac{2}{x} \text{ மற்றும் } y = -\frac{x^2}{4}$$

\therefore வெட்டும் புள்ளி $(-2, -1)$

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-2}{x^2}, \quad m_2 = \frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{4}$$

$$m_1 = \frac{-1}{2}, \quad m_2 = 1$$

இடைப்பட்ட கோணம் $\theta = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

$$= \tan^{-1} \left| \frac{\frac{-1}{2} - 1}{1 - \left(\frac{-1}{2} \right) \times 1} \right|$$

$$= \tan^{-1}(3)$$

10. $x = 2 \cos 3t$ மற்றும் $y = 3 \sin 2t, t \in \mathbb{R}$ என்ற லிசஜோஸ் வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $x = 2 \cos 3t \quad y = 3 \sin 2t$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{-3 \cos 2t \times 2dt}{2 \sin 3t \times 3dt} = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}$$

தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 3 \sin 2t = -\frac{\cos 2t}{\sin 3t} (x - 2 \cos 3t)$$

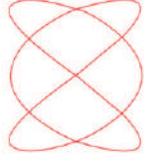
$$x \cos 2t + y \sin 3t = 3 \sin 2t \sin 3t + 2 \cos 2t \cos 3t$$

செங்கோட்டின் சமன்பாடு

$$(y - y_1) = -\frac{1}{m} (x - x_1)$$

$$y - 3 \sin 2t = \frac{\sin 3t}{\cos 2t} (x - 2 \cos 3t)$$

$$x \sin 3t - y \cos 2t = 2 \sin 3t \cos 3t - 3 \sin 2t \cos 2t$$



11. $x = 7 \cos t$ மற்றும் $y = 2 \sin t, t \in \mathbb{R}$ என்ற வளைவரைக்கு ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $x = 7 \cos t \quad y = 2 \sin t$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{-2 \cos t \times dt}{7 \sin t \times dt} = \frac{-2 \cos t}{7 \sin t}$$

தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $(y - y_1) = m(x - x_1)$

$$y - 2 \sin t = -\frac{2 \cos t}{7 \sin t} (x - 7 \cos t)$$

$$x 2 \cos t + y 7 \sin t = 14 (\cos^2 t + \sin^2 t) = 14$$

செங்கோட்டின் சமன்பாடு $(y - y_1) = -\frac{1}{m} (x - x_1)$

$$y - 2 \sin t = \frac{7 \sin t}{2 \cos t} (x - 7 \cos t)$$

$$x 7 \sin t - y 2 \cos t = -4 \sin t \cos t + 49 \sin t \cos t$$

12. $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$

$$ax^2 + by^2 = cx^2 + dy^2$$

$$(a - c)x^2 = (d - b)y^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{d-b}{a-c} \dots \dots \dots (1)$$

$$2ax + 2by \frac{dy}{dx} = 0 \quad 2cx + 2d \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2by \frac{dy}{dx} = -2ax \quad 2d \frac{dy}{dx} = -2cx$$

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-ax}{by} \quad m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{-cx}{dy}$$

செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால் $m_1 m_2 = -1$

$$\frac{acx^2}{bdy^2} = -1 \quad \frac{x^2}{y^2} = \frac{-bd}{ac} \dots \dots \dots (2)$$

(1) & (2)

$$\frac{d-b}{a-c} = \frac{-bd}{ac}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$$

13. $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக. M-23

தீர்வு: $x^2 + 4y^2 = 8$ $x^2 - 2y^2 = 4$

நிபந்தனை $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$

$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8}, b = \frac{1}{2}$

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{-2} = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{4}, d = \frac{-1}{2}$

L.H.S $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 8 - 2 = 6$

R.H.S $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = 4 - (-2) = 6$

∴ வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

14. $x^2 - y^2 = r^2$ மற்றும் $xy = c^2$ என்ற வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் எனக்காட்டுக. இங்கு c, r ஆகியவை மாறிலிகள்.

தீர்வு: $x^2 - y^2 = r^2$, $xy = c^2$

$m_1 = 2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0$, $m_2 = x \frac{dy}{dx} + y = 0$

$m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{-2y} = \frac{x}{y}$, $m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$

$m_1 m_2 = -1$

∴ வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும்

15. நம்மிடம் 12 சதுர அலகுகள் பரப்புடைய மெல்லிய தகடு உள்ளது மற்றும் வெளிப்புறத்தின் மூலைகளிலிருந்து சிறிய சதுரங்களை வெட்டி பக்கங்களை மடிப்பதன் மூலம் திறந்த பெட்டியை உருவாக்க விரும்புகிறோம். கேள்வி என்னவென்றால், எந்த வெட்டு அதிகபட்ச கன அளவை உருவாக்கும்?

தீர்வு: $V = x(12 - 2x)^2$

$= x(144 - 48x + 4x^2)$

$V = 144x - 48x^2 + 4x^3$

$V' = 144 - 96x + 12x^2$

$V'' = -96 + 24x$

$V' = 0$ எனில் $144 - 96x + 12x^2 = 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2, 6$

$x = 2$ - ல் $V'' < 0$ பெருமம்

கன அளவு $V = 2(12 - 2 \times 2)^2 = 2(8)^2 = 128$



16. (1, 1) என்ற புள்ளியில் இருந்து, ஓரலகு வட்டம் $x^2 + y^2 = 1$ -ன் மீதுள்ள எப்புள்ளி மிக அருகாமையிலும், எப்புள்ளி மிக அதிகத் தொலைவிலும் இருக்கும்?

தீர்வு: $x^2 + y^2 = 1$

$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$

(x, y) மற்றும் (1, 1) க்கு இடைப்பட்டதூரம்

$D = d^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$

$D' = \frac{2(x-y)}{y}$; $D'' = \frac{2(x^2+y^2)}{y^3}$

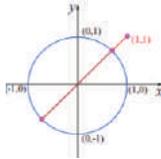
$D' = 0$ எனில் $x = y$

(1) $\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, $y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

தேவையான புள்ளிகள் $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ மற்றும் $(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$

$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $D'' > 0$ ∴ அருகில் உள்ள புள்ளி $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

$(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$ $D'' < 0$ ∴ தொலைவில் உள்ள புள்ளி $(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$



17. ஒரு எஃகு ஆலை ஒரு நாளைக்கு 'x' டன்னும் மற்றும் உயர்தர எஃகு 'y' டன்னும் உற்பத்தி செய்யும் திறன் கொண்டது. இங்கு $y = \frac{40-5x}{10-x}$ குறைந்த தர எஃகின் சந்தை விலை உயர்தர எஃகின் சந்தை விலையில் பாதி என்றால், அதிக பண வரவைப் பெறுவதற்கு குறைந்த தர எஃகு மற்றும் உயர்தர எஃகு ஆகியவற்றின் உகந்த உற்பத்திகள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு: குறைந்த தர எஃகின் விலை P என்க

உயர்தர எஃகின் விலை 2P என்க

$y = \frac{40-5x}{10-x}$

மொத்த விலை $R = Px + 2Py$

$= Px + 2P \left(\frac{40-5x}{10-x} \right)$

$= P \left(\frac{80-5x^2}{10-x} \right)$

$R' = P \left[\frac{x^2-20x+80}{(10-x)^2} \right]$

$R'' = \frac{-40P}{(10-x)^3}$

$R' = 0$ எனில் $x^2 - 20x + 80 = 0 \Rightarrow x = 10 \pm 2\sqrt{5}$

$x = 10 - 2\sqrt{5}$ - ல், $R'' < 0$

$x = 10 - 2\sqrt{5}$ எனில் $y = 5 - \sqrt{5}$

18. கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு: பரப்பு $xy = A \Rightarrow y = \frac{A}{x}$

சுற்றளவு $P = 2(x + y)$

$= 2 \left(x + \frac{A}{x} \right)$

$P' = 2 \left(1 - \frac{A}{x^2} \right)$

$P'' = \frac{4A}{x^3} > 0$

$P' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 1 - \frac{A}{x^2} = 0$

$x^2 = A$

$x = \sqrt{A}$

At $x = \sqrt{A}$ $P'' > 0$ சிறுமம்

∴ நீளம், அகலம் $x = \sqrt{A}$, $y = \frac{A}{\sqrt{A}} = \sqrt{A}$.

19. இரண்டு மிகை எண்களின் கூட்டுத் தொகை 12, மேலும் அதன் பெருக்குத் தொகை பெருமம் எனில் அந்த எண்களைக் காண்க. J-23, M-24

தீர்வு: $x + y = 12 \Rightarrow y = 12 - x$

$P = xy$

$= x(12 - x)$

$= 12x - x^2$

$P' = 12 - 2x$

$P'' = -2 < 0$

$P' = 0$ எனில் $12 - 2x = 0$

$x = 6$

$x = 6$ - ல் $P'' = -2 < 0$ பெருமம்

∴ இரு எண்கள் 6, 6.

20. இரண்டு மிகை எண்களின் பெருக்குத் தொகை 20, மேலும் அதன் கூடுதல் சிறுமம் எனில் அந்த எண்களைக் காண்க. S-20

தீர்வு: $xy = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{x}$

கூடுதல் $S = x + y$

$= x + \frac{20}{x}$

$S' = 1 - \frac{20}{x^2}$

$S'' = \frac{40}{x^3} > 0$

$S' = 0$ எனில் $1 - \frac{20}{x^2} = 0$

$x^2 = 20$

$x = 2\sqrt{5}$

$x = 2\sqrt{5}$ - ல் $S'' > 0$ சிறுமம்

∴ இரு எண்கள் $x = 2\sqrt{5}$, $y = \frac{20}{2\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

21. $x^2 + y^2$ -ன் குறைந்த மதிப்பினை $x + y = 10$ எனக்கொண்ட காண்க.

தீர்வு: $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$

$f = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$

$= 2x^2 - 20x + 100$

$f' = 4x - 20$

$$f'' = 4 > 0$$

$$f' = 0 \text{ எனில் } 4x - 20 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 5 - \text{ல் } f'' > 0 \text{ சிறுமம்}$$

$$\therefore x = 5, y = 5$$

$$x^2 + y^2 - \text{ன் குறைந்த மதிப்பு } 5^2 + 5^2 = 50$$

22. ஒரு தோட்டம் செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்டு கம்பி வேலி மூலம் பாதுகாக்கப்பட வேண்டும். 40 மீட்டர் வேலிக் கம்பி மூலம் பாதுகாக்கப்படும் தோட்டத்தின் பெரும் பரப்பினைக் காண்க.

தீர்வு: சுற்றளவு $2(x + y) = 40$

$$x + y = 20$$

$$y = 20 - x$$

பரப்பு $A = xy$

$$= x(20 - x)$$

$$= 20x - x^2$$

$$A' = 20 - 2x$$

$$A'' = -2 < 0$$

$A' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 20 - 2x = 0$

$$x = 10$$

$$A'' = -2 < 0 \text{ பெருமம்}$$

$\therefore x = 10, y = 20 - 10 = 10$

பெரும் பரப்பு $A = 10(10) = 100$

23. ஒரு செவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செ.மீ² அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செ.மீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செ.மீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காசுத பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள, அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு: அச்சிடப்பட்ட பரப்பு $A = xy = 24$

$$y = \frac{24}{x}$$

காசுதத்தின் நீளம், அகலம் $x + 2, y + 3$

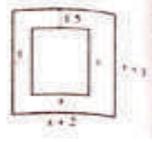
காசுதத்தின் பரப்பு $A = (x + 2)(y + 3)$

$$= (x + 2)\left(\frac{24}{x} + 3\right)$$

$$= 24 + 3x + 6 + \frac{48}{x}$$

$$A' = 3 - \frac{48}{x^2}$$

$$A'' = \frac{96}{x^3} > 0$$



$A' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 3 - \frac{48}{x^2} = 0$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$x = 4 - \text{ல் } A'' > 0 \therefore \text{சிறுமம்}$ $x = 4, y = 6$

\therefore காசுதத்தின் நீளம், அகலம் $x + 2 = 6, y + 3 = 6 + 3 = 9$.

24. ஒரு விவசாயி ஒரு நதியை ஒட்டிய செவ்வக மேய்ச்சல் நிலத்திற்கு வேலி அமைக்க திட்டமிட்டுள்ளார். மந்தைகளுக்கு போதுமான புல் வழங்க மேய்ச்சல் நிலம் 1,80,000 சதுர மீட்டர் பரப்பளவு இருக்க வேண்டும். ஆற்றின் குறுக்கே வேலி அமைக்கத் தேவையில்லை. வேலி அமைக்கத் தேவையான குறைந்தபட்ச வேலிக் கம்பியின் நீளம் என்ன?

தீர்வு: $A = xy = 180000$

$$y = \frac{180000}{x}$$

சுற்றளவு $P = 2x + y$

$$= 2x + \frac{180000}{x}$$

$$P' = 2 - \frac{180000}{x^2}$$

$$P'' = \frac{360000}{x^3} > 0$$



$P' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 2 - \frac{180000}{x^2} = 0$

$$x^2 = 90000 \Rightarrow x = 300$$

$x = 300 - \text{ல் } P'' > 0$ சிறுமம்

$$x = 300 \quad y = \frac{180000}{300} = 600$$

\therefore கம்பியின் நீளம் $2x + y = 2(300) + 600 = 1200$.

25. 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

தீர்வு: $r = 10; x = 10\cos\theta, y = 10\sin\theta$

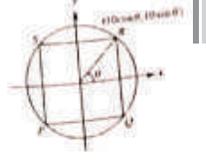
நீளம் $2x = 20\cos\theta$, அகலம் $2y = 20\sin\theta$

பரப்பு $A = 400\cos\theta\sin\theta$

$$= 200\sin 2\theta$$

$$A' = 400\cos 2\theta$$

$$A'' = -800\sin 2\theta < 0$$



$A' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 400\cos 2\theta = 0$

$$\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$\theta = \frac{\pi}{4} - \text{ல் } A'' < 0$ பெருமம்

நீளம் $2x = 20\cos\theta = 20\cos\frac{\pi}{4} = \frac{20}{\sqrt{2}}$

அகலம் $2y = 20\sin\theta = 20\sin\frac{\pi}{4} = \frac{20}{\sqrt{2}}$

26. கொடுக்கப்பட்ட சுற்றளவுள்ள செவ்வகங்களுள், சதுரம் மட்டுமே பெரும் பரப்பைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு: சுற்றளவு $P = 2(x + y)$ J-22, S-20

$$y = \frac{P}{2} - x$$

பரப்பு $A = xy$

$$= x\left(\frac{P}{2} - x\right)$$

$$= \frac{Px}{2} - x^2$$

$$A' = \frac{P}{2} - 2x$$

$$A'' = -2 < 0$$

$A' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow \frac{P}{2} - 2x = 0$

$$x = \frac{P}{4}$$

$x = \frac{P}{4} - \text{ல் } A'' < 0$ பெருமம்

$\therefore x = \frac{P}{4}, y = \frac{P}{2} - x = \frac{P}{2} - \frac{P}{4} = \frac{P}{4}$

கொடுக்கப்பட்ட சுற்றளவுள்ள செவ்வகங்களுள், சதுரம் மட்டுமே பெரும் பரப்பைக் கொண்டிருக்கும்

27. r செ.மீ ஆரமுள்ள அறை வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

தீர்வு: $r = 10; x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$

நீளம் $2x = 2r\cos\theta$, அகலம் $y = r\sin\theta$

பரப்பு $A = 2xy$

$$= 2r^2\cos\theta\sin\theta$$

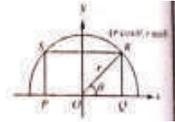
$$= r^2\sin 2\theta$$

$$A' = 2r^2\cos 2\theta$$

$$A'' = -4r^2\sin 2\theta < 0$$

$A' = 0$ என பிரதியிட $\Rightarrow 2r^2\cos 2\theta = 0$

$$\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$



$\theta = \frac{\pi}{4} - \text{ல் } A'' < 0$ பெருமம்

நீளம் $2x = 2r\cos\theta = 2r\cos\frac{\pi}{4} = \frac{2r}{\sqrt{2}}$

அகலம் $y = r\sin\theta = r\sin\frac{\pi}{4} = \frac{r}{\sqrt{2}}$

28. ஒரு உறுபத்தியாளர் ஒரு சதுர அடித்தளத்தையும் 108 சதுர செ.மீ வெளிப்புறப் பரப்பையும் கொண்ட திறந்த பெட்டியை வடிவமைக்க விரும்புகிறார். அதிகபட்ச கன அளவிற்கான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

தீர்வு: நீளம், அகலம், உயரம் x, x, y என்க

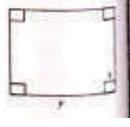
புறப்பரப்பு $S = x^2 + 4xy = 108$

$$4xy = 108 - x^2$$

$$y = \frac{108}{4x} - \frac{x^2}{4x}$$

$$y = \frac{27}{x} - \frac{x}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{கனஅளவு } V &= x^2 y \\ &= x^2 \left(\frac{27}{x} - \frac{x}{4} \right) \\ &= 27x - \frac{x^3}{4} \\ V' &= 27 - \frac{3x^2}{4} \\ V'' &= \frac{-6x}{4} \end{aligned}$$



$$V' = 0 \text{ என பிரதியிட } \Rightarrow 27 - \frac{3x^2}{4} = 0 \\ x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{நீளம், அகலம், உயரம் } x = 6, x = 6, y = \frac{27}{6} - \frac{6}{4} = 3.$$

29. ஒரு உருளையின் கன அளவு $V = \pi r^2 h$. மேலும் $r + h = 6$ எனில் கன அளவின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

$$\text{தீர்வு: } r + h = 6 \Rightarrow h = 6 - r$$

$$\text{உருளையின் கன அளவு } V = \pi r^2 h \\ = \pi r^2 (6 - r)$$

$$V = 6\pi r^2 - \pi r^3$$

$$V' = 12\pi r - 3\pi r^2$$

$$V'' = 12\pi - 6\pi r$$

$$V' = 0 \Rightarrow 12\pi r - 3\pi r^2 = 0$$

$$r = 0, r = 4$$

$$r = 0 - \text{ல் } V'' > 0 \quad \text{சிறுமம் } V = 0$$

$$r = 4 - \text{ல் } V'' < 0 \quad \text{பெருமம் } V = 32\pi$$

30. ஆரம் a செ.மீ மற்றும் உயரம் b செ.மீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக் கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கன அளவு கூம்பின் கன அளவைப் போல $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

$$\text{தீர்வு: } \frac{b-h}{r} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{a(b-h)}{b} = r$$

$$\text{உருளையின் கனஅளவு } V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a(b-h)}{b} \right)^2 h$$

$$V = \frac{\pi a^2}{b^2} (b^2 h + h^3 - 2bh^2)$$

$$V' = \frac{\pi a^2}{b^2} (b^2 + 3h^2 - 4bh)$$

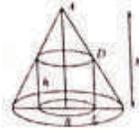
$$V'' = \frac{\pi a^2}{b^2} (6h - 4b)$$

$$V' = 0 \Rightarrow b^2 - 4bh + 3h^2 = 0$$

$$h = \frac{b}{3} \text{ or } h = b \text{ (ஏற்படையது அல்ல)}$$

$$h = \frac{b}{3} - \text{ல் } V'' < 0 \quad \text{பெருமம்}$$

$$\begin{aligned} \text{உருளையின் கனஅளவு } V &= \frac{\pi a^2}{b^2} \left(\frac{b^3}{3} + \frac{b^3}{27} - \frac{2b^3}{9} \right) \\ &= \frac{4}{27} \pi a^2 b = \frac{4}{9} \left(\frac{1}{3} \pi a^2 b \right) \\ &= \frac{4}{9} (\text{கூம்பின் கனஅளவு}) \end{aligned}$$



31. $y = x^2 - 5x + 4$ என்ற வளைவரைக்கு, எந்தெந்த புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு $3x + y = 7$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக இருக்கும்? S-21

$$\text{தீர்வு: } y = x^2 - 5x + 4 \quad 3x + y = 7$$

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = 2x - 5 \quad y = -3x + 7 \quad m_2 = -3$$

இணை

$$\therefore m_1 = m_2$$

$$2x - 5 = -3$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1^2 - 5(1) + 4 = 0$$

தொடு புள்ளி (1,0)

32. $y = x^3 - 3x^2 + x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு, எந்தெந்த புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு $y = x$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக இருக்கும்? M-22

$$\text{தீர்வு: } y = x^3 - 3x^2 + x - 2 \quad y = x \quad m_2 = 1$$

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 1$$

இணை $\therefore m_1 = m_2$

$$3x^2 - 6x + 1 = 1$$

$$3x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0^3 - 3(0)^2 + 0 - 2 = -2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2^3 - 3(2)^2 + 2 - 2 = -4$$

தொடு புள்ளி (0,-2) மற்றும் (2,-4)

33. $y = x^2 - x^4$ என்ற வளைவரைக்கு (1,0) என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. J-22

$$m = \frac{dy}{dx} = 2x - 4x^3$$

$$(1,0)-\text{ல் } \Rightarrow m = 2(1) - 4(1)^3 = -2$$

$$\text{தொடுகோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 2 \Rightarrow 2x + y - 2 = 0$$

$$\text{செங்கோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{-1}{-2}(x - 1)$$

$$2y = x - 1 \text{ or } x - 2y - 1 = 0$$

34. $y = x^2 + 3x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு (1,2) என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. M-23

$$\text{தீர்வு: } y = x^2 + 3x - 2 \Rightarrow m = \frac{dy}{dx} = 2x + 3$$

$$(1,2)-\text{ல் } \Rightarrow m = 2(1) + 3 = 5$$

$$\text{தொடுகோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = 5(x - 1)$$

$$y - 2 = 5x - 5$$

$$5x - y - 3 = 0$$

$$\text{செங்கோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-1}{5}(x - 1)$$

$$5y - 10 = -x + 1$$

$$x + 5y - 11 = 0$$

35. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ என்ற சார்பிற்கு $[-3, 2]$ என்ற இடைவெளியில் மீப்பெரு பெரும மற்றும் மீச்சிறு சிறும மதிப்புகளை காண்க.

$$\text{தீர்வு: } f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = -2, x = 1$$

$$f(-3) = 2(-3)^3 + 3(-3)^2 - 12(-3) = 9$$

$$f(2) = 2(2)^3 + 3(2)^2 - 12(2) = 16 + 12 - 24 = 4$$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 12(-2) = 20$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 2 + 3 - 12 = -7$$

மீப்பெரு பெருமம் 20 at $x = -2$

மீச்சிறு சிறுமம் -7 at $x = 1$

36. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ என்ற சார்பிற்கு ஓரியல்பு இடைவெளிகளைக் கணக்கிட்டு அதிலிருந்து இடம்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0$$

$$x = 2$$

இடைவெளி	$f'(x)$	தன்மை
$(-\infty, 2)$	-	இறங்கும் சார்பு
$(2, \infty)$	+	ஏறும் சார்பு

$x = 2$ - ல் $f(x)$ இடஞ்சார்ந்த சிறுமமடைகிறது
இடஞ்சார்ந்த சிறுமம் $f(2) = 0$

37. $f(x) = (x - 1)^3 \cdot (x - 5)$, $x \in \mathbb{R}$ என்ற வளைவரையின் குழிவு இடைவெளிகளைக் காண்க. மேலும் ஏதேனும் வளைவு மாற்றப்படுள்ளிகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க.

தீர்வு: $f(x) = (x - 1)^3(x - 5)$
 $f'(x) = (x - 1)^3 + (x - 5)3(x - 1)^2$
 $f'(x) = 4(x - 1)^2(x - 4)$
 $f''(x) = 4[(x - 1)^2 + 2(x - 1)(x - 4)]$
 $= 12(x - 1)(x - 3)$
 $f''(x) = 0 \Rightarrow 12(x - 1)(x - 3) = 0$
 $x = 1, x = 3$

இடைவெளி	$f''(x)$	குவிவு
$(-\infty, 1)$	+	மேல்நோக்கி
$(1, 3)$	-	கீழ்நோக்கி
$(3, \infty)$	+	மேல்நோக்கி

வளைவு மாற்றப்படுள்ளிகள்

$(1, f(1)) = (1, 0)$ மற்றும் $(3, f(3)) = (3, -16)$

38. $f(x) = x^4 + 32x$ என்ற சார்பின் இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.
இடஞ்சார்ந்த சிறுமம் $f(1) = -2$

தீர்வு: $f(x) = x^4 + 32x$
 $f'(x) = 4x^3 + 32$
 $f''(x) = 12x^2$
 $f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 32 = 0$
 $x = -2$

$f''(-2) > 0$ சிறுமம்
 $f(x)$ - ன் சிறும மதிப்பு is $f(-2) = -48$
 இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்பு $(-2, -48)$

39. $f(x) = 4x^6 - 6x^4$ என்ற சார்பின் இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க. M-22

தீர்வு: $f(x) = 4x^6 - 6x^4$
 $f'(x) = 24x^5 - 24x^3$
 $f''(x) = 120x^4 - 72x^2$
 $f'(x) = 0 \Rightarrow 24x^3(x^2 - 1) = 0$
 $x = 0, x = 1, x = -1$

$f''(0) = 0$ இரண்டாம் வகைக் கெழு சோதனை

இடைவெளி	$f'(x)$	தன்மை
$(-\infty, -1)$	-	இறங்கும் சார்பு
$(-1, 0)$	+	ஏறும் சார்பு
$(0, 1)$	-	இறங்கும் சார்பு
$(1, \infty)$	+	ஏறும் சார்பு

இடஞ்சார்ந்த சிறுமம் $f(-1) = -2$

இடஞ்சார்ந்த பெருமம் $f(0) = 0$

விடைகள்

பாடம் -1

1.b	2.a	3.d	4.b	5.c	6.b	7.c	8.d	9.b	10.d
11.b	12.a	13.b	14.d	15.a	16.d	17.b	18.d	19.b	20.d
21.d	22.c	23.a	24.d	25.d					

பாடம் -2

1.c	2.a	3.d	4.a	5.a	6.a	7.a	8.b	9.d	10.b
11.c	12.a	13.a	14.b	15.d	16.b	17.a	18.a	19.b	20.c
21.a	22.c	23.d	24.d	25.b					

பாடம் -3

1.a	2.b	3.a	4.c	5.a	6.d	7.d	8.a	9.c	10.c
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

பாடம் -4

1.a	2.b	3.c	4.b	5.a	6.c	7.a	8.c	9.c	10.b
11.b	12.d	13.d	14.d	15.d	16.c	17.b	18.b	19.a	20.c

பாடம் -5

1.a	2.d	3.c	4.c	5.a	6.d	7.d	8.a	9.a	10.b
11.b	12.c	13.c	14.c	15.b	16.a	17.c	18.d	19.c	20.c
21.a	22.a	23.c	24.b	25.b					

பாடம் -6

1.a	2.a	3.b	4.c	5.a	6.c	7.d	8.c	9.a	10.b
11.a	12.c	13.a	14.a	15.b	16.d	17.d	18.b	19.c	20.d
21.b	22.a	23.b	24.c	25.d					

பாடம் -7

1.d	2.b	3.c	4.c	5.a	6.d	7.c	8.a	9.b	10.b
11.b	12.a	13.a	14.d	15.c	16.c	17.d	18.b	19.c	20.c

பாடம் -8

1.a	2.b	3.c	4.b	5.b	6.b	7.d	8.b	9.a	10.c
11.b	12.d	13.c	14.b	15.d					

பாடம் -9

1.d	2.d	3.c	4.a	5.c	6.c	7.c	8.c	9.b	10.a
11.a	12.d	13.b	14.d	15.d	16.b	17.b	18.d	19.d	20.c

பாடம் -10

1.a	2.a	3.b	4.b	5.a	6.a	7.b	8.c	9.b	10.b
11.c	12.a	13.b	14.c	15.b	16.d	17.b	18.c	19.b	20.b
21.c	22.c	23.c	24.a	25.d					

பாடம் -11

1.d	2.b	3.a	4.b	5.d	6.b	7.c	8.d	9.d	10.d
11.b	12.d	13.d	14.b	15.a	16.a	17.b	18.a	19.a	20.d

பாடம் -12

1.b	2.b	3.c	4.d	5.c	6.b	7.c	8.a	9.c	10.c
11.c	12.b	13.b	14.d	15.b	16.d	17.a	18.d	19.d	20.c

All the best